



Universidad Femenina del Sagrado Corazón

Escuela de Posgrado

Programa Académico de Maestría en Educación

**EFFECTO DEL MÉTODO SINGAPUR EN LA ENSEÑANZA
DE HABILIDADES MATEMÁTICAS
EN SEGUNDO DE PRIMARIA**

Tesis presentada por:

ANNY MARLENE RAMOS MÁRQUEZ

Cód. ORCID:0000-0001-9851-7099

Para obtener el Grado Académico de
MAESTRA EN EDUCACIÓN
con mención en Problemas de Aprendizaje

Línea de investigación
Evaluación e intervención en Enseñanza - Aprendizaje

Asesora:

Mónica Nelly Camargo Cuellar

Cód. ORCID :0000-0002-1388-543X

Lima – Perú

2023

Los miembros del jurado han aprobado el estilo y el contenido de la tesis sustentada por:

ANNY MARLENE RAMOS MÁRQUEZ

MÓNIKA NELLY CAMARGO CUELLAR

Asesora: Nombre(s) y Apellidos

ROSARIO GUADALUPE ALARCÓN ALARCÓN

Presidente de Jurado: Nombre(s) y Apellidos

MILUSKA ELIZABETH QUEZADA AGUILAR

Miembro de Jurado 1: Nombre(s) y Apellidos

MARIELLA VICTORIA MENDOZA CARRASCO

Miembro de Jurado 2: Nombre(s) y Apellidos

Dra. Rosario Guadalupe Alarcón Alarcón

Directora de la Escuela de Posgrado

Declaratoria de Originalidad del Asesor

Facultad o Escuela de Posgrado:	Escuela de Posgrado		
Escuela Profesional o Programa Académico:	Programa Académico de Maestría en Educación		
Dependencia a la que pertenece el docente asesor:	Departamento de Educación		
Docente asesor que verifica la originalidad:	Mónica Nelly Camargo Cuéllar		
ORCID:	https://orcid.org/0000-0002-1388-543X		
Título del documento:	EFECTO DEL MÉTODO SINGAPUR EN LA ENSEÑANZA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS EN SEGUNDO DE PRIMARIA		
Autora(s) del documento:	ANNY MARLENE RAMOS MÁRQUEZ		
Mecanismo utilizado para detección de originalidad:	Software Turnitin		
Nº de trabajo en Turnitin: (10 dígitos)	2159616944		
Porcentaje de <u>similitud</u> detectado:	14 %		
Fuentes originales de las similitudes detectadas:	Fuentes de internet = 14% Publicaciones = 2 % Trabajos del estudiante = 5%		
(imagen del % similitud y fuentes detectadas)			
Método Singapur <hr/> INFORME DE ORIGINALIDAD <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> 14% INDICE DE SIMILITUD </div> <div style="text-align: center;"> 14% FUENTES DE INTERNET </div> <div style="text-align: center;"> 2% PUBLICACIONES </div> <div style="text-align: center;"> 5% TRABAJOS DEL ESTUDIANTE </div> </div> <hr/>			
El docente asesor declara ha revisado el informe de similitud y expresa que el porcentaje señalado cumple con las “Normas Internas de Investigación e Innovación” establecidas por la Universidad Femenina del Sagrado Corazón.			
Fecha de aplicación en Turnitin: (dd-mm-aaaa)	06 de septiembre de 2023		

RESUMEN

El presente estudio se ha realizado en un centro educativo parroquial ubicado en el distrito de Magdalena del Mar en la ciudad de Lima. Se inicia con la pregunta de investigación ¿Cuáles han sido las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de una educación virtual por la emergencia sanitaria? El objetivo general es determinar las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de una educación virtual por la emergencia sanitaria. La metodología utilizada en la investigación tiene un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo y se recogen algunos elementos de tipo etnográfico porque se utiliza la observación para la interpretación de las acciones del objeto de estudio. Los informantes lo conforman 23 niños y 9 niñas de segundo grado de primaria. La técnica empleada fue la ficha de observación y para el vaciado de los hallazgos se construyó una matriz de recojo de la información. Los resultados se obtuvieron a partir de la observación de las sesiones grabadas del curso de matemática durante las clases sincrónicas. Se concluye que los estudiantes aplican las habilidades matemáticas adquiridas el año anterior durante las clases regulares a través del Método Singapur y que ahora les permite afrontar sus aprendizajes con algunas limitaciones tecnológicas, desarrollando su lenguaje matemático para expresar el proceso mental que realiza para resolver una operación o una situación problemática.

Palabras clave: Habilidades matemáticas, Método Singapur, lenguaje matemático, clases sincrónicas.

ABSTRACT

This study has been carried out in a parochial educational center located in the district of Magdalena del Mar in the city of Lima. It begins with the research question: What have been the mathematical skills of the Singapore Method that have been applied by the students of the second grade of primary school in the framework of a virtual education due to the health emergency? The general objective is to determine the mathematical skills of the Singapore Method that have been applied by students in the second grade of primary school in the framework of a virtual education due to the health emergency. The methodology used in the research has a qualitative, descriptive approach and some ethnographic elements are collected because observation is used to interpret the actions of the object of study. The informants are made up of 23 boys and 9 girls from second grade from elementary school. The technique used was the observation sheet and for the emptying of the findings an information collection matrix was constructed. The results were obtained from the observation of the recorded sessions of the mathematics course during the synchronous classes. It is concluded that students apply the mathematical skills acquired the previous year during regular classes through the Singapore Method and that now it allows them to face their learning with some technological limitations, developing their mathematical language to express the mental process they perform to solve an operation. or a troublesome situation.

Keywords: Mathematical skills, Singapore Method, mathematical language, synchronous classes.

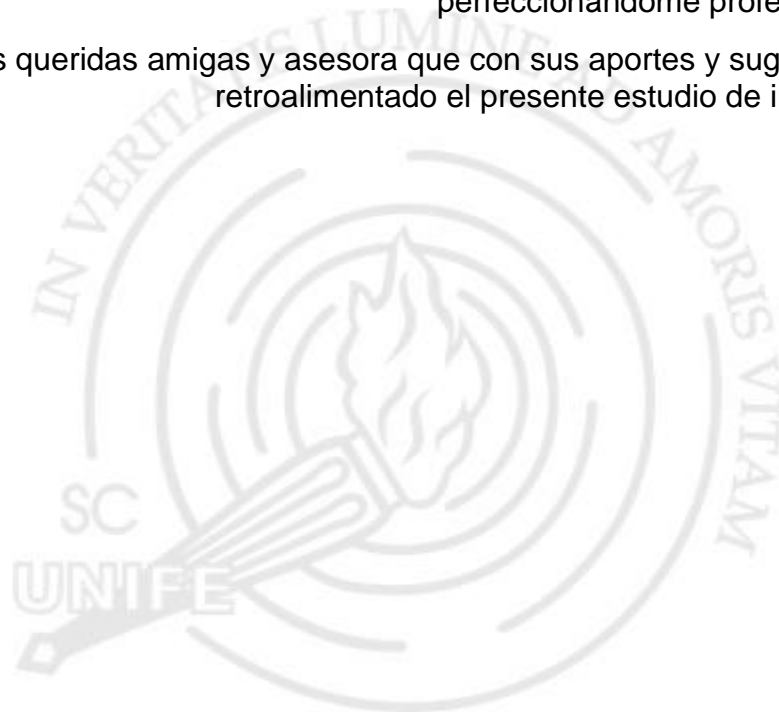
RECONOCIMIENTOS / DEDICATORIA

Al concluir el estudio de investigación quiero agradecer a Dios por brindarme el Don de la vida nuevamente y permitirme cumplir con un sueño para ponerlo al servicio de nuestra niñez.

A mi madre, hermanos y sobrinos quienes me han acompañado en este proceso de estudio, animándome cada día con su amor, comprensión y paciencia.

A mis niños quienes son el motor que me impulsa a seguir aprendiendo e ir perfeccionándome profesionalmente.

A mis queridas amigas y asesora que con sus aportes y sugerencias han retroalimentado el presente estudio de investigación.



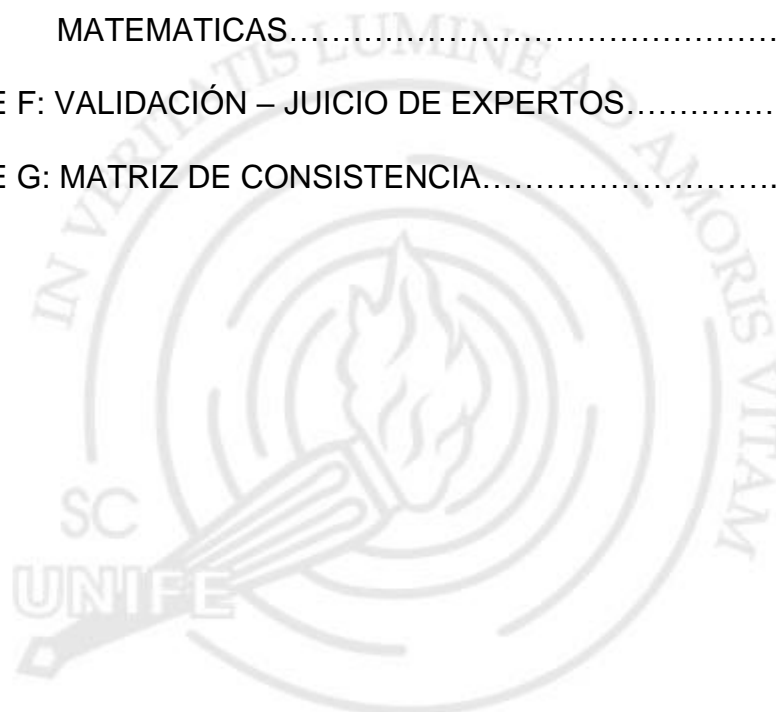
ÍNDICE

	Página
RESUMEN / ABSTRACT.....	4
RECONOCIMIENTOS/DEDICATORIA.....	5
INDICE.....	6
LISTA DE TABLAS.....	10
LISTA DE FIGURAS.....	11
INTRODUCCIÓN.....	12
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	15
1.1 Planteamiento del problema.....	15
1.2 Justificación de la investigación.....	19
1.3 Delimitación y limitaciones de la investigación.....	21
1.3.1 Delimitación de la investigación	21
1.3.2 Limitación de la investigación	21
1.4 Objetivos de la investigación.....	22
1.4.1 Objetivo general.....	22
1.4.2 Objetivos específicos.....	22
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	24
2.1 Antecedentes de la investigación.....	24
2.1.1 Nacionales.....	24
2.1.2 Internacionales.....	27
2.2 Bases teóricas.....	31
2.2.1 Las matemáticas en el aprendizaje escolar	31
2.2.1.1 La competencia matemática.....	32

	Página
2.2.1.2 Capacidades de las matemáticas.....	36
2.2.1.3 Importancia de la matemática	37
2.2.1.3.1 Desarrollo del pensamiento crítico en la formación de ciudadanos críticos	38
2.2.1.4 Lenguaje Matemático.....	40
2.2.2 Dificultades del Aprendizaje Matemático	41
2.2.2.1 Razones del fracaso en matemáticas	42
2.2.2.2 Dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas	44
2.2.3 La Habilidad Matemática	44
2.2.3.1 Concepto de habilidad	45
2.2.3.2 Habilidades matemáticas	45
2.2.3.3 Clasificación de las habilidades.....	46
2.2.3.4 La formación de las habilidades	47
2.2.4 Método Singapur	48
2.2.4.1 Antecedentes del Método Singapur	48
2.2.4.2 Enfoque Concreto, pictórico y abstracto (CPA).....	49
2.2.4.3 Pilares del Método Singapur.....	50
2.2.4.4 Currículo en espiral.....	53
2.2.4.5 Teorías que sustentan el Método Singapur.....	54
2.3 Definición de términos.....	57
CAPÍTULO III: MÉTODO.....	59
3.1 Marco metodológico.....	59
3.2 Participantes.....	60
3.3 Categorías de análisis	62

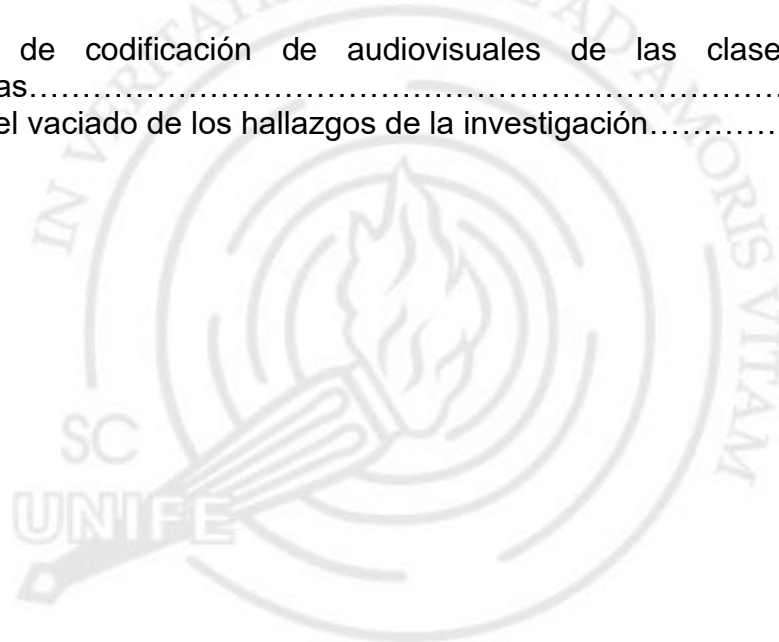
	Página
3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	64
3.4.1 Procesamiento para la ejecución de la investigación	64
3.4.2 Instrumento de recolección de datos	64
3.5 Técnicas de procesamiento y tratamiento de la información	66
CAPÍTULO IV: RESULTADOS	67
4.1 Habilidades matemáticas.....	68
4.1.1 Subcategoría 1: habilidades matemáticas y cálculo numérico	68
4.1.2 Subcategoría 2: habilidades matemáticas y manejo algebraico...	75
4.1.3 Subcategoría 3: habilidades matemáticas y visualización espacial	77
4.1.4 Subcategoría 4: habilidades matemáticas y análisis de datos....	82
4.1.5 Subcategoría 5: habilidades matemáticas y medición	84
4.1.6 Subcategoría 6: habilidades matemáticas y uso de herramientas matemáticas.....	84
4.1.7 Subcategoría 7: Habilidades matemáticas y estimación	90
4.2 Método Singapur.....	90
4.2.1 Subcategoría 1: Método Singapur y enfoque concreto.....	90
4.2.2 Subcategoría 2: Método Singapur y enfoque pictórico.....	92
4.2.3 Subcategoría 3: Método Singapur y enfoque abstracto.....	95
CAPITULO V: DISCUSIÓN DE RESULTADOS	99
5.1 Categoría habilidades matemáticas	99
5.2 Categoría Método Singapur	108
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	111
6.1 Conclusiones.....	111
6.2 Recomendaciones.....	113

	Página
REFERENCIAS	115
APÉNDICES	120
APÉNDICE A.: DECLARACIÓN JURADA DE DOCUMENTOS DE TESIS	121
APÉNDICE B: CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS.....	123
APÉNDICE C: CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS.....	124
APÉNDICE D: CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO.....	125
APÉNDICE E: GUIA DE OBSERVACIÓN DE HABILIDADES MATEMATICAS.....	126
APÉNDICE F: VALIDACIÓN – JUICIO DE EXPERTOS.....	128
APÉNDICE G: MATRIZ DE CONSISTENCIA.....	129



LISTA DE TABLAS

Tabla	Página
1. Cuadro de competencias matemáticas y sus capacidades.....	34
2 Áreas corticales relacionadas con la competencia matemática....	35
3. Descripción de habilidades del pensamiento crítico.....	39
4. Preguntas y acciones asociadas a ellas	41
5. <i>Carácter “espiral” del tópico de la probabilidad en el currículo de Singapur</i>	54
6. <i>Análisis de las categorías y subcategorías de las variables</i>	63
7.Registro de codificación de audiovisuales de las clases sincrónicas.....	65
8. Matriz del vaciado de los hallazgos de la investigación.....	66



LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Marco curricular de matemática de Singapur	51
2. Tablero de 10 - Recurso docente OBS-20-05.....	70
3. Ejemplo de la representación mental de un estudiante (EST -06).....	73
4. Ejemplo de la representación mental de un estudiante (EST-12).....	74
5. Representación mental de un estudiante utilizando la reagrupación.....	75
6. Representación de la comparación de cantidades.....	85
7. Representación que realiza la maestra a partir de la expresión del estudiante.....	88
8. Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 02)	92
9. Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 30)	93
10. Representación pictórica de la multiplicación en Jamboard (EST – 24)	94
11. Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 15)	94

INTRODUCCIÓN

El curso de matemática ha sido considerado con frecuencia, difícil, complejo y son muy pocos los que logran obtener, de forma óptima, buenas calificaciones en esta área. En varios casos, se evidencia que el aprendizaje de los estudiantes se encuentra en proceso y otros se localizan en el nivel de inicio según los estándares de aprendizaje.

Los exámenes censales que el Ministerio de Educación promueve nos muestran que todavía no se logra desarrollar la competencia matemática de forma satisfactoria, lo cual se ve evidenciado en el rendimiento académico de los estudiantes.

La matemática, se encuentra en nuestro entorno cotidiano y constantemente hacemos uso de ella en nuestra vida. Es por eso, por lo que los educadores siempre están en la búsqueda de nuevas estrategias y metodologías a través de diversas capacitaciones para obtener mejores aprendizajes en sus estudiantes.

Actualmente el Método Singapur, es una metodología que se propone a través del enfoque concreto, pictórico y abstracto; desarrollar en los estudiantes las habilidades matemáticas, que es uno de los pilares de este método y de su prevalencia en el tiempo, usando diversas estrategias heurísticas y que se aplica en diferentes contextos.

Por lo antes expuesto, el presente estudio de investigación tiene como objetivo, determinar las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes de segundo grado de primaria, en el marco de una educación virtual por la emergencia sanitaria.

Asimismo, el estudio de investigación contribuye en la identificación de las habilidades matemáticas que los estudiantes ponen en práctica con mayor frecuencia dentro de un contexto de emergencia sanitaria, desarrollando también su lenguaje matemático para expresar el proceso mental que hace para dar respuesta a una operación matemática o a una situación problemática, donde, no cuentan con recursos tecnológicos óptimos para recibir sus aprendizajes dentro de las clases sincrónicas.

La investigación está organizada en seis capítulos, los cuales se describen a continuación.

En el primer capítulo, se encuentra el planteamiento, la justificación, la delimitación y la limitación del estudio de investigación, así como la definición del objetivo general y los objetivos específicos.

En el segundo capítulo, se presentan los antecedentes nacionales e internacionales relacionados con las variables del estudio, así como el marco teórico para comprender y sustentar la investigación. También se considera la definición de los términos.

En el tercer capítulo, se muestra la metodología de la investigación: nivel, tipo y diseño de la investigación. Características de la población y muestra, así como las variables de estudio con las categorías y subcategorías de análisis. También las técnicas e instrumento de recojo de la información, así como el procesamiento y tratamiento de esta.

En el cuarto capítulo, se describen los resultados a través de los hallazgos obtenidos con la aplicación de la técnica de la observación de los audiovisuales de las clases sincrónicas, realizando un análisis de los mismos.

En el quinto capítulo, se presenta la discusión de los resultados e interpretación, contrastando con las bases teóricas para responder a los objetivos planteados. Finalmente, el sexto capítulo expone las conclusiones y las recomendaciones de la investigación; se consideran además las referencias y apéndices.



CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta el problema que ha motivado el estudio, se explica la justificación de la investigación desde diversos aspectos, considerando el teórico, práctico y metodológico, delimitando la misma y se enuncian los objetivos a alcanzar en dicho estudio de investigación.

1.1 Planteamiento del problema

Las personas, en su vida cotidiana se encuentran con diferentes situaciones en las cuales se deben enfrentar problemas diversos, por ejemplo, desde que inician su día, al mirar la hora, medir el tiempo, trasladarse hasta el lugar de estudio o de trabajo, la cantidad de consumo de calorías en el desayuno, al pagar por un producto y recibir su vuelto etc., hasta el final del día, todas estas actividades implican acciones relacionadas con el manejo de conocimientos matemáticos.

En estas actividades de su quehacer cotidiano, las personas aplican sus destrezas y/o habilidades innatas para solucionar posibles situaciones problemáticas que se encuentran dentro de su entorno aplicando su experiencia, para luego poder tomar decisiones después de una reflexión y así dar una posible solución ante un problema; así, las escuelas utilizan estas situaciones cotidianas en su quehacer educativo, siendo los docentes quienes las incluyen en sus sesiones de aprendizaje, requiriendo estrategias para que sean aún más significativas para los estudiantes. Pero hay diversos factores que dificultan su aplicación, como lo económico, social, vocacional, etc., haciendo que los objetivos de mejora en esta área no sean muy fructíferos.

En el Perú se han planteado las nuevas reformas educativas que pretenden promover que la educación sea de calidad, y con ello lograr que los estudiantes sean competentes a través del desarrollo de sus potencialidades como persona.

El Ministerio de Educación (MINEDU) presenta las evaluaciones censales de estudiantes (ECE) que se llevaron a cabo en el año 2009, donde el 47,6% de los estudiantes se encontraba por debajo del nivel 1 en el área de matemática (UMC, 2016). A partir de los resultados se plantea desarrollar competencias y capacidades matemáticas, realizando el esfuerzo de superar los bajos índices en esta área.

En este último examen censal del 2016, a nivel nacional los resultados indican que el 28,6% de los estudiantes de segundo grado se localizan en un nivel de logro en inicio; el 37,3 % se encuentra en proceso y en el nivel satisfactorio 34,1%. Al comparar con los resultados de la ECE del año 2015, se aprecia que ha subido 7 puntos porcentuales aproximadamente, al pasar de 26,6% del nivel satisfactorio al 34,1%. en el año 2016. (UMC, 2016).

En comparación de las instituciones según el tipo de gestión a nivel de colegios no estatal urbano, en el 2015 se encontraban según el nivel de logro: en satisfactorio 24,7%, en proceso 43,8%, y en inicio 31,5%; siendo el nivel alcanzado en el 2016: en satisfactorio 23,5%, en proceso 38,7%, en inicio 35,8%, observando que hay un aumento de estudiantes que se encuentran en inicio de un 4,3%, en proceso ha bajado en 5,1% y en el nivel satisfactorio ha descendido 1,2% de mejora en el desempeño de matemática en los estudiantes de este grado, ello evidencia que no se ha logrado un avance en la competencia

matemática, en cambio en los colegios del estado de zona urbana en el año 2015 el nivel de logrado fue: satisfactorio donde tuvieron 31,3%, en proceso 43,8%, y en inicio 24,9%, siendo que en el 2016 el nivel de satisfactorio se alcanzó un 41,8%, en proceso 37,5%, y en inicio 20,6%, se puede observar que a nivel de colegios estatales han subido a nivel satisfactorio un 10,5% de mejora en sus desempeños matemáticos. (UMC,2016)

A nivel de Lima Metropolitana el estudiante de segundo grado se encuentra en el nivel de logro en inicio con un 27,7%, en proceso 37,7% y en satisfactorio 34,5% en el año 2016. Se puede precisar los datos estadísticos a nivel de la UGEL 3, en los resultados de la evaluación censal se obtuvieron los siguientes niveles: en inicio es 22,3%, en proceso 40,1% y en satisfactorio 37,6%. (SICRECE,2015), lo que nos invita a la reflexión es que en las instituciones del estado están obteniendo mejores resultados en los desempeños matemáticos, mientras que en los colegios particulares los coloca en una situación complicada y preocupante al encontrarse con un avance que está por debajo del 2%.

En este sentido, existen entidades educativas que acompañan a sus docentes del nivel primaria para poder alcanzar estrategias y metodologías que le puedan ayudar a realizar una clase más efectiva para el estudiante, utilizando diversos métodos, especialmente el juego, con material creado por los estudiantes o materiales estructurados, permitiendo el desarrollo de la exploración, descubrimiento y manipulación.

El estudiante cuando aprende realiza un proceso mental, pero si se ve interferido por alteraciones en las funciones cognoscitivas, no le permite un buen desarrollo académico, generando dificultades en su aprendizaje, esto se ve

reflejado en algunas situaciones cotidianas que lo llevan a sumergirse en un mundo matemático del cual no es consciente, es ahí donde en las aulas se van a realizar diversas acciones significativas para el estudiante, llevándolo a la reflexión y a la solución del problema.

Los niños y adolescentes deben desarrollar habilidades matemáticas básicas, la secretaría de Educación Pública SEP (2011, citado en Arrollo, 2017) que lo define como un pensamiento constante dentro de un proceso de desarrollo y de experiencias que han adquirido los estudiantes al relacionarse con su entorno cotidiano, es ahí donde se logra desarrollar las nociones numéricas, espaciales y temporales permitiéndoles construir nociones matemáticas más complejas. Si no logran desarrollar estos aspectos, presentarán deficiencias en la competencia matemática, habiendo algunos que presenten dificultades en su aprendizaje por diversos factores emocionales, en la lectoescritura, lenguaje u otro. Fiuza y Fernández (2021) refiere que: “están constituidas por un conjunto heterogéneo de problemas cuyo origen es probablemente una disfunción del sistema nervioso central” (p.25). Se puede mejorar superando estos problemas mencionados anteriormente, a través de un entrenamiento que el estudiante en su etapa escolar debe desarrollar para poder aplicarlo a lo largo de su vida.

El Método Singapur es una metodología donde se involucran los sentidos de los estudiantes, siendo la vista y el tacto los que utiliza para la manipulación, haciéndolo más significativo para su aprendizaje. Tiene como base el desarrollo del pensamiento, convirtiendo a los escolares en ciudadanos con capacidad para afrontar los nuevos requerimientos de la sociedad, teniendo una actitud de apertura y creatividad. Esta metodología tiene un enfoque concreto, pictórico, abstracto (CPA), se realiza a través de un proceso donde el estudiante pasa por

diversas fases, iniciando con lo concreto, después será el dibujo, y luego de un proceso pueda pasar a lo abstracto, fomentando así la capacidad de los estudiantes para representar situaciones problemáticas, y por lo tanto promover el desarrollo de estrategias mentales (Tapia,2020). Es importante considerar que este método desarrolla diversas habilidades matemáticas que ayudarán al estudiante en su etapa escolar a ser más crítico y reflexivo, permitiéndole socializar sus aprendizajes con los pares.

Por lo expuesto anteriormente el presente estudio busca responder al siguiente problema de investigación ¿Cuáles han sido las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de una educación virtual por la emergencia sanitaria?, ¿Qué habilidades matemáticas se pueden desarrollar empleando el Método Singapur con estudiantes de segundo grado de primaria?

1.2 Justificación de la investigación

El presente estudio parte de la motivación y el interés por recoger información e interpretar las evidencias sobre el desarrollo de las habilidades matemáticas a través de la aplicación del Método Singapur en un estado de emergencia sanitaria mediante las clases sincrónicas.

Por lo expuesto, la siguiente investigación se justifica en los siguientes lineamientos:

A nivel teórico se realiza esta investigación porque existe la necesidad de contar con fuentes, referencias bibliográficas y reportes nacionales respecto de la efectividad del aprendizaje matemático a través de diferentes métodos. Con ello la investigadora se aproxima a conocer las consecuencias de métodos

tradicionales que suelen reportar un bajo nivel de desarrollo de habilidades para las matemáticas de los estudiantes de colegios de gestión privada, que pese a la adquisición de recursos no se reporta un avance significativo. Esto se puede visualizar en los últimos informes que emite la Unidad de la Medición de la Calidad (UMC,2016) observando una gran diferencia en el nivel de logro satisfactorio en los resultados de las pruebas censales.

En lo práctico el resultado de esta investigación, podrá aportar programas de prevención escolar y de apoyo a los estudiantes del segundo grado del nivel de primaria utilizando el Método Singapur. Asimismo, en el ámbito psicopedagógico y de terapias según sea la necesidad, beneficiando a toda la comunidad educativa especialmente a las familias que participen dentro de un programa, porque les ayudará a orientar y acompañar a sus menores hijos en su aprendizaje.

Además, en lo metodológico, el aporte que brindará este estudio es evidenciar el uso del Método Singapur aplicado por los estudiantes en un estado de emergencia sanitaria, donde utilizan una serie de estrategias didácticas a través de lo concreto, lo pictórico y lo abstracto permitiendo un mejor desarrollo de sus habilidades matemáticas, incrementando su lenguaje matemático, el razonamiento, la resolución de problemas y en otros aspectos de desarrollo interpersonal, reforzando el autoestima del estudiante, este método sirve también de prevención para evitar las futuras dificultades en el aprendizaje en las matemáticas, una vez demostrado su eficacia y confiabilidad se podrá aplicar en otros sectores de investigación educativa.

1.3 Delimitación y limitaciones de la investigación

En el presente trabajo de investigación se presenta la delimitación y la limitación del trabajo de investigación.

1.3.1 Delimitación de la investigación

El presente estudio se realiza en un colegio particular parroquial mixto perteneciente a la UGEL 3 de la ciudad de Lima, su población pertenece a un nivel socio económico de clase media.

El estudio se circunscribe en un aula del segundo grado del nivel de primaria, cuenta con treinta y cinco estudiantes aproximadamente cuya edad oscila entre siete y ocho años de ambos sexos.

Asimismo, los estudiantes deben contar como pre-requisito, haber trabajado con el Método Singapur en el primer grado donde se usan las estrategias propuestas por la metodología CPA (concreto, pictórico, abstracto).

1.3.2 Limitaciones de la investigación

La RV 093-2020 MINEDU ante la situación de emergencia sanitaria del país se plantea contextualizar y priorizar competencias a través de cinco ejes: cuidado de la salud, convivencia en el hogar y escuela, ciudadanía y bien común, me conozco y valoro el bienestar emocional, uso del tiempo libre. Es decir, para situar el diseño de experiencias de aprendizaje debe encontrarse dentro del contexto de la pandemia y que de forma prioritaria se utilice las competencias que ayuden al estudiante a entender la situación que se está viviendo en el país, en este contexto no facilita que se pueda aplicar en su totalidad las habilidades matemáticas adquiridas en el año anterior que propone el Método Singapur, porque se debe priorizar el estado socioemocional de los estudiantes.

En cuanto a la recolección de datos puede resultar afectado por la intervención de los padres de familia en el momento de realizar el acompañamiento y reforzamiento de los aprendizajes durante las clases sincrónicas, donde el estudiante puede recibir la respuesta de forma verbal o a través del uso de la herramienta digital propuesta en la sesión de clase.

Por último, la asistencia a las clases sincrónicas de los estudiantes puede ser irregular por las limitaciones de conectividad del sistema del internet que cuentan en sus equipos, así como la falta de dispositivos, problemas de salud en la familia en relación con el COVID 19 o el fallecimiento de un miembro de la familia.

1.4 Objetivos de la investigación

En la presente investigación se plantean los objetivos que se desea alcanzar en la investigación.

1.4.1 Objetivo general.

Determinar las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de la educación virtual por la emergencia sanitaria.

1.4.2 Objetivos específicos.

1.4.2.1 Identificar las habilidades matemáticas previas alcanzadas por los estudiantes durante el empleo del Método Singapur aplicadas en el área de matemática.

1.4.2.2 Describir las habilidades matemáticas que se han fortalecido en los estudiantes de segundo grado de primaria a través del Método Singapur en las clases sincrónicas.

1.4.2.3 Identificar las principales ventajas y desventajas de la aplicación del Método Singapur en las clases sincrónicas para el desarrollo de las habilidades matemáticas.



CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se detallan los antecedentes nacionales e internacionales, así como las bases teóricas que sustentan el estudio de investigación.

2.1 Antecedentes de la investigación

A continuación se presenta algunas investigaciones que se han realizado en las diferentes instituciones superiores, en relación al tema de estudio.

2.1.1 Antecedentes nacionales.

Angulo (2020) realizó un estudio donde el propósito fue establecer cómo la aplicación del Método Singapur puede obtener un mejor logro en la competencia resuelve problemas de cantidad en situaciones aditivas. Dicha investigación es cuantitativa, utiliza una metodología de nivel explicativo con estudio preexperimental, se aplicó una preprueba y una posprueba a un grupo intacto.

En la población se ha considerado 64 estudiantes, de los cuales 33 son de 2do grado "A" y 31 de 2do grado "B" que son del muestreo censal, se ha utilizado como instrumento una evaluación escrita con 10 situaciones problemáticas de cantidad en una prueba de entrada para indagar cuánto conocen del Método Singapur y después de su aplicación en las sesiones de aprendizaje, donde se concluye que hay una mejora en el nivel de competencia resuelve la cantidad, además proporciona herramientas, estrategias y procedimientos en la resolución de problemas.

Gómez (2019) realiza una investigación que tiene como objetivo la influencia del Método Singapur en la resolución de problemas de tipo de cambio

en los estudiantes donde se utiliza el método científico, inductivo, deductivo, analítico, de tipo experimental con un diseño cuasi experimental.

En la muestra se considera 22 estudiantes de cuarto grado de primaria donde se conforma 2 grupos, participará 13 estudiantes en el grupo A, que se le denominará experimental, y el grupo B constará de 9 estudiantes, definido como el grupo de control. El instrumento que se utiliza es una evaluación escrita en solución de problemas tomado al inicio y término de la investigación, donde se concluye que fue muy satisfactorio y significativo el Método Singapur, que influye de forma positiva en la resolución de problemas aditivos de tipo cambio, donde se muestra resultados más allá de lo esperado.

Delgado et al. (2018) presenta una investigación que tiene un diseño pre-experimental, teniendo como propósito verificar la validez del “Método Singapur” en la progresión del nivel de logro en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de tercer grado de primaria.

La población consta de 83 estudiantes de tres aulas, 41 son varones y 42 son mujeres, donde se elige una muestra de las tres aulas que consta de 29 varones y 28 mujeres, a quienes se le aplicó la Bateria Psicopedagógica Evalúa 3 en un pre y post prueba. Asimismo, se puede deducir que al inicio los estudiantes se encontraban en un nivel bajo, pero después de las 38 sesiones de 1h30min cada una de ellas, durante dos meses se observa que hay cambios significativos de progreso en la resolución de problemas, donde los estudiantes logran pasar a otro nivel y que ninguno se encuentra en un nivel bajo.

Mamani (2018) su trabajo de investigación es descriptivo y predictivo, siendo un diseño pre experimental en grupos intactos, que tiene como objetivo

indagar la eficacia del Método Singapur para el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes de primer grado, en los dominios del sistema de numeración, conteo, procedimientos de cálculo, conocimiento geométrico y la resolución de problemas. Para la recopilación de datos se utilizó el Evamat 1 que evalúa la competencia matemática.

La población, pertenece a una institución educativa que cuenta con 150 estudiantes de primer grado, donde se tomo como muestra solo 26 estudiantes para su selección, considerando como criterio el bajo rendimiento, determinando así el grupo experimental. La investigación concluye en que sí logra tener una eficacia significativa en relación al dominio de cantidad, conteo, sistema de numeración, resolución de problemas; en cambio el dominio de cálculo fue significativamente regular y en la aplicación de los conocimientos geométricos no fue significativo el Método Singapur manteniendose como al inicio antes de la aplicación del método.

En la ciudad de Cusco, Ugarte (2018) realizó un trabajo de investigación siendo el objetivo demostrar la eficiencia del Metodo Singapur para mejorar el aprendizaje de la matemática de los estudiantes del nivel de primaria y proponer una guía de aplicación de dicho método en la enseñanza. La población fue 833 estudiantes del nivel de primaria, distribuidos en 1er grado 120, 2do grado 122, 3er grado 123, 4to grado 143, 5to grado 149, 6to grado 145 y 28 profesores del nivel de primaria. Se utilizó una muestra probalística del segundo grado de primaria con 122 estudiantes para el grupo de control donde se considera a 2do "A" 30 estudiantes y 31 de 2do "B". Para el grupo experimental se tomo 30 estudiantes de 2do grado "C" y 31 de 2do grado "D" con sus 4 profesores respectivos.

El trabajo de investigación tiene un nivel de aplicación de tipo experimental y diseño cuasi experimental. Asimismo, las técnicas de investigación para la recolección de datos en los estudiantes fueron pruebas objetivas, entrevista y ficha de observación, y en los docentes se registró una evaluación y una entrevista, donde hubo una observación directa y el análisis documental desde el inicio de la experimentación hasta la culminación de la experiencia. Dicha investigación concluye en que el Método Singapur mejora significativamente el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes y que las sesiones de aprendizajes propuestas ayudan a desarrollar las capacidades y competencias del área.

2.1.2 Antecedentes internacionales.

Hernández et al (2021) muestra una investigación acerca de la memoria de trabajo y habilidades matemáticas en estudiantes de educación primaria, cuyo objetivo es estudiar la mediación de la capacidad matemática con respecto a la memoria de trabajo. Es una investigación cuantitativa, no experimental correlacional que se realiza en una institución privada que tiene los niveles preescolar, básica, media académica con un sistema regular con necesidades educativas especiales.

La muestra es no-probabilística donde están conformada por 40 estudiantes de cuarto grado de primaria de ambos sexos y cuya edad oscila entre los 9 y 11 años, sin trastornos de aprendizajes en las matemáticas. Para medir las variables se utilizó la evaluación Neuropsicológica infantil para evaluar la memoria de trabajo, y por medio de una prueba se evalúa los ítems acerca de las habilidades matemáticas simples y complejas. El estudio concluye en que las habilidades matemáticas es el núcleo de la evaluación de las matemáticas, y que

esto va a influir en el desempeño académico de los estudiantes, pero no se puede generalizar la relación con la memoria de trabajo debido a que la muestra es insuficiente, ya que no se evalúa todas las habilidades matemáticas que propone el sistema educativo, quedándose en resultados parciales que pueden permitir una mejor relación entre las variables.

Iturra et al (2021) nos muestra una investigación acerca de las habilidades matemáticas tempranas en niños chilenos con trastornos del desarrollo del lenguaje (TDL): un estudio comparativo cuyo objetivo fue determinar si existen diferencias importantes entre las habilidades matemáticas prematuras en niños con TDL y con desarrollo típico (DT). La muestra fue de 78 estudiantes de los cuales 44 niños de ambos sexos eran con TDL (grupo experimental) y un grupo control de 34 de ambos géneros con DT cuya edad oscilan entre 4 a 7 años 11 meses, que son estudiantes de dos colegios públicos.

Para la recolección de datos se solicitó las fichas escolares, se hizo una evaluación de habilidades cognitivas no verbales y la audición de los estudiantes para que ambos grupos se encuentren en un mismo nivel, en los estudiantes menores de 5 años se aplicó la prueba de Matrices Progresivas, Escala Coloreada y en los niños mayores a 5 años se aplicó la prueba TONI-2, así como una prueba de screening auditivo. Se consideró una evaluación de habilidades del lenguaje del Ministerio de Educación de Chile, después de realizar todas las pruebas para determinar los grupos de estudio aquellos estudiantes que evidenciaron alteraciones en el lenguaje fueron categorizados dentro del grupo experimental. En el recojo de la información de la variable de estudio se utilizó Test de Evaluación Matemática Temprana de Utrecht (TEMT-U) para evaluar las habilidades en las matemáticas y que se aplicó la prueba adaptada en Chile de

la versión de España. En las conclusiones del estudio realizado se puede evidenciar que hay diferencias muy importantes en ambos grupos dentro de las tareas planteadas en matemáticas donde los niños con TDL obtienen un rendimiento inferior al ejecutar tareas matemáticas al compararlos con los niños con DT, es por eso por lo que se considera que el lenguaje es muy importante para poder adquirir aprendizajes matemáticos.

Domínguez et al (2019) presenta la investigación que se desarrolla desde un modelo positivista a través del método cuantitativo para analizar los datos desde lo explicativo y de un diseño cuasi experimental. El objetivo es impulsar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una mirada heurística en estudiantes de 3er grado de primaria.

La muestra se realiza en 67 estudiantes de tercer grado de primaria donde se forma dos grupos A y B: el grupo experimental A consta de 33 estudiantes y el grupo control B con 34 estudiantes, en ambos grupos se utilizó como instrumento el cuestionario, que fue aplicado en dos momentos pretest y un posttest, que se elaboró en base a los componentes y competencias establecidas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) conformado por cuatro partes de 5 preguntas con alternativas múltiples. El grupo experimental recibió actividades basadas en el método heurístico donde se concluye que la aplicación de esta técnica logra un desempeño en su aprendizaje al potenciar la resolución de problemas en los estudiantes superando sus dificultades como se observó en el pretest.

En la ciudad de Barranquilla Moreno (2018) muestra una investigación con un enfoque cuantitativo, cuyo objetivo es efectuar la estrategia concreta, pictórica y abstracta (CPA) para desarrollar competencias matemáticas.

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, con una muestra empírico analítico y un diseño cuasi experimental que estuvo conformada por 57 estudiantes de tercer grado de una zona rural puramente agrícola, de la Institución Petrona Rangel participaron 17 estudiantes que conformaron el grupo de control y 28 estudiantes de la Institución Santa Teresa, que fue considerado para el grupo experimental. Para recopilar la información se hizo la validación de un instrumento que mide la competencia matemática a través de una prueba de 45 preguntas de selección múltiple y la inclusión de un distractor en las respuestas, se construye en base a los estándares básicos que comprende la competencia matemática en modelación, comunicación, tratamiento y resolución de problemas, se aplicó la prueba en un pretest y postest. Los resultados después de 15 sesiones de clase manifestaron que el grupo experimental tuvo mejores resultados porque demostraron reconocer procesos matemáticos y brindaron fundamentos de conceptos matemáticos partiendo de situaciones habituales.

Meneses y Ardila (2018) presenta un estudio acerca del Metodo Singapur como estrategia didáctica para fortalecer la competencia de resolución de problemas aditivos, en estudiantes de segundo y tercer grado de primaria, cuyo objetivo es reforzar la competencia de resolución de problemas aditivos a través de la ejecución de una estrategia didáctica con base en el Método Singapur.

La investigación es cualitativo con un diseño de investigación – acción, para la recolección de datos se utilizó como instrumento un test inicial, el diario pedagógico, la entrevista a docentes, estrategias didácticas y el test final.

La población son los estudiantes de segundo y terder grado de primaria. La muestra se hace en dos escuelas distintas 2° “A” y 3° “A” con 16 y 42

estudiantes, cada grupo cuya edad oscila entre los siete y diez años, donde se encuentran estudiando en dichas escuelas desde la etapa pre-escolar. El estudio concluye que fue muy significativo la implementación para resolver problemas aditivos y dicha estrategia motivo el interés y la motivación en los estudiantes para comprender y dar solución a los problemas planteados, afectando emocionalmente a los estudiantes en el respeto, tolerancia y alegría, teniendo una convivencia agradable dentro del aula, que antes del estudio no se percibía.

2.2 Bases teóricas

A continuación se presentan una serie de teorías que sustentan el aprendizaje de las matemáticas y la propuesta de como desarrollar habilidades a través de un método.

2.2.1 Las matemáticas en el aprendizaje escolar

Las matemáticas son importantes en la vida de la persona, pero es una materia considerada muy difícil por los estudiantes dentro de su etapa escolar, existe cierto rechazo por diversas circunstancias, es por tal motivo que los docentes del nivel básico primario buscan recursos, capacitaciones para poder lograr desarrollar competencias matemáticas en sus estudiantes y así ellos puedan resolver situaciones problemáticas de forma eficaz en su vida cotidiana.

Castro (2021) considera que para impulsar la mejora de la comprensión de las matemáticas se recomienda que la enseñanza continúe con otros métodos, y que se señalen aquellos que impulsan la investigación de los estudiantes como los más adecuados, siendo el constructivismo una de sus raíces. Esta perspectiva requiere por parte de los docentes tener creatividad al plantear actividades significativas, atractivas y que deben estar atentos al

aprendizaje que se produce en los estudiantes, porque estos resultados pueden lograr un mejor desarrollo de la competencia matemática.

GreatSchools (2022) refiere que en las actividades de la vida cotidiana del estudiante ofrece numerosas oportunidades para practicar y aprender matemáticas, entre ellas el juego que es una acción simbólica y significativa.

2.2.1.1 La competencia matemática

MINEDU (2013) considera que la competencia matemática es una forma de actuar dentro de un contexto matemático, permitiéndole resolver diversas situaciones problemáticas aplicando algunos criterios básicos, siendo hábil para utilizar diversos medios y/o herramientas externas para realizar procedimientos con ciertos criterios cuyo fin es lograr resolver problemas con efectividad.

Para plantear o formular una competencia matemática se debe considerar la acción que el estudiante debe desempeñar, cuyo criterios básicos o atributos se deben observar en la acción que va a realizar el sujeto dentro de una situación o contexto en el que se encuentre.

En el Programa Curricular de Educación Primaria (MINEDU, 2016) el curso de matemática presenta un enfoque basado en resolución de problemas, donde se contempla algunas características del área para dar solución a un problema real a partir de una situación cotidiana, siendo más significativo para el estudiante. Se considera que estas situaciones se establecen en cuatro grupos que se detallan a continuación:

- Cantidad
- Regularidad, equivalencia y cambio
- Forma, movimiento y localización
- Gestión de datos e incertidumbre.

Los educandos desafían retos al plantear y resolver problemas, para lo cual utilizan estrategias de solución, esto va a exigir desplegar un proceso de indagación y reflexión que le permita salir de las dificultades ante la búsqueda de la solución del problema, todo este proceso le va a permitir al estudiante según Castañeda (2022) construir su propio conocimiento al lograr relacionar y reorganizar sus ideas y conceptualizaciones matemáticas que surgen a raíz del problema planteado y el grado de complejidad irá avanzando de acuerdo a su edad.

El Currículo Nacional de la Educación Básica (MINEDU, 2016) presenta un cuadro de competencias con sus respectivas capacidades, identificadas con los numerales 23, 24, 25, 26, que pertenecen al área de matemática y que se especifica en la siguiente tabla:

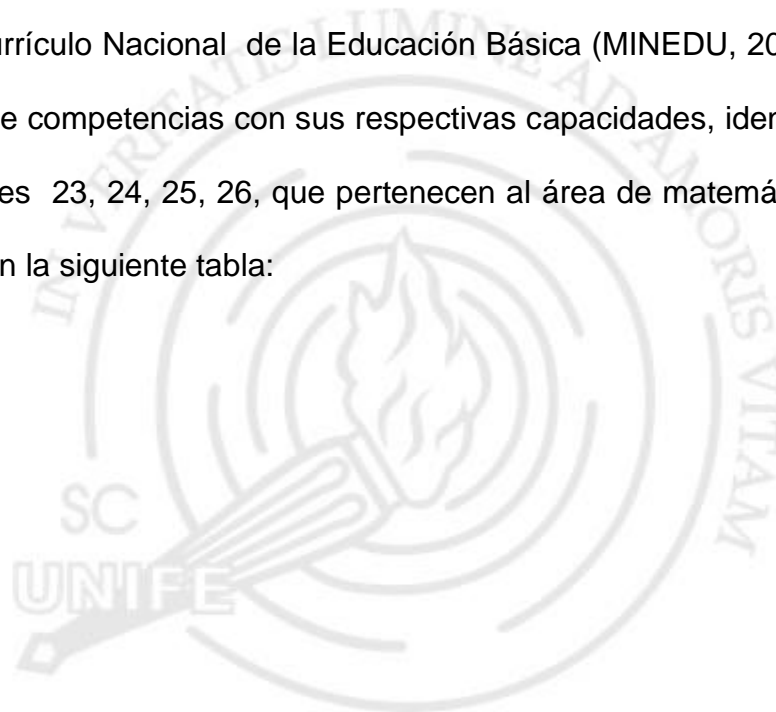


Tabla 1

Cuadro de competencias matemáticas y sus capacidades

Competencias		Capacidades
23	Resuelve problemas de cantidad.	<ul style="list-style-type: none"> -Traduce cantidades a expresiones numéricas. -Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. -Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. -Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.
24	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> -Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. -Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. -Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.
25	Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	<ul style="list-style-type: none"> -Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. -Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. -Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. -Sustenta conclusiones o decisiones basadas en información obtenida.
26	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	<ul style="list-style-type: none"> -Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. -Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. -Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. -Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Nota. Currículo Nacional (2016)

Los estudiantes al momento del egreso de su etapa escolar deben haber desarrollado todas estas capacidades logrando ser más competentes en el área de matemática. Para Marino et al (2017) la memoria requiere de ciertas capacidades como la adquisición, codificación, almacenamiento y recuperación de información (p.25).

Es muy importante conocer qué parte del cerebro se activa en el estudiante para desarrollar estas competencias matemáticas, Ruiz (2010) considera los procesos neuropsicológicos y neuroatómicos a través de las áreas corticales que se relacionan a la competencia matemática y que se presenta en el siguiente cuadro.

Tabla 2

Áreas corticales relacionadas con la competencia matemática

Región	Capacidad
Hemisferio derecho	Organización viso espacial
Hemisferio dominante en el lenguaje	Habilidades lingüísticas
Área de asociación del hemisferio dominante	Lectura y comprensión de problemas verbales, la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos.
Lóbulos Frontales	Cálculos mentales rápidos, conceptualización abstracta, habilidades de solución de problemas, ejecución oral y escrita.
Lóbulos parietales	Funciones motóricas, uso de las sensaciones táctiles.
Lóbulo parietal izquierdo	Habilidades de secuenciación.
Lóbulos occipitales	Discriminación visual de símbolos matemáticos escritos.
Lóbulos temporales	Percepción auditiva, memoria verbal a largo plazo.
Lóbulo temporal dominante	Memoria de series, hechos matemáticos básicos, subvocalización durante la solución de problemas.

Nota. Ruiz, Yasmina (2010)

2.2.1.2 Capacidades de las matemáticas

El Ministerio de Educación del Perú (2015) describe las capacidades fundamentales según la competencia matemática en el marco de PISA 2015 en sus orientaciones didácticas, considera siete capacidades importantes en esta área. Estas capacidades son:

La matematización, es una capacidad que ayuda a convertir un problema del mundo real en una forma matemática, donde se toma en cuenta la estructuración, la conceptualización, la elaboración de hipótesis demostrando o estimando el resultado de este modelo matemático en relación al problema de inicio.

La comunicación, es una capacidad muy importante para la comprensión de la información porque involucra la lectura, decodificación e interpretación de enunciados e interrogaciones. Para Cortez (2017) formar un patrón mental de una situación, tiene un camino para clarificar y lograr formular o resolver un problema.

La representación, es una capacidad que involucra la selección e interpretación y traducción de diversas formas de uso para representar una situación problemática, interactuando con el problema, para Herrera et al (2020) se puede visualizar a través de gráficos, imágenes, diagramas y materiales concretos, etc.

El razonamiento y la argumentación, son capacidades que involucran procesos del pensamiento que se dan en forma lógica, explorando y enlazándose con los elementos del problema, para luego realizar una hipótesis verificando la justificación del enunciado o de una situación problemática.

El diseño de estrategias para resolver problemas, es la capacidad que se relaciona con la unión de técnicas que van a guiar a la persona para que reconozca, formule y logre resolver situaciones problemáticas de forma eficaz para Barrera et al (2018) se debe partir de un plan o de una estrategia.

La utilización de instrumentos matemáticos, es la capacidad que se relaciona con el conocimiento y la habilidad de la persona para la aplicación de diversas herramientas matemáticas como los instrumentos de medición, el uso de la calculadora, considerando también herramientas informáticas.

El uso de procedimientos y de un lenguaje simbólico, formal y técnico, siendo una capacidad, y Falconi (2021) refiere que se involucra la manipulación, la comprensión e interpretación y el uso de términos simbólicos. El uso de un vocabulario matemático es para conceptualizar dentro de un contexto, que se encuentra regido por reglas matemáticas.

Es importante lograr desarrollar estas capacidades en los estudiantes porque le van a permitir ejecutar de forma eficaz la resolución de problemas, utilizando diversas estrategias usando un lenguaje matemático de acuerdo a su edad y en el nivel que se pueda encontrar.

2.2.1.3 Importancia de la matemática

La matemática se encuentra en nuestro quehacer cotidiano, donde la persona aprende a pensar, desarrollando el pensamiento crítico frente a alguna situación problemática de su entorno que puede tener varias soluciones, donde hay un proceso para resolver dicho problema a partir de los datos brindados, analizando los posibles resultados para después tomar decisiones, y por último elegir una estrategia llevándolo a obtener un resultado, todo esto se realiza desde una reflexión.

Desde el punto de vista de Castro (2021) refiere que existen nuevas necesidades para esta era tecnológica y que las matemáticas se relaciona con el avance de la tecnología y de ahí surge su nivel de importancia, es por eso que se requiere en la actualidad de un mejor desarrollo de las habilidades matemáticas como requisito para ser más competentes, ya que nos encontramos en una sociedad tecnológica que facilita un mejor desenvolvimiento de la persona, que lo puede llevar al éxito en diversos ámbitos de su vida cotidiana.

2.2.1.3.1 Desarrollo del pensamiento crítico en la formación de ciudadanos críticos

Es importante considerar que el pensamiento crítico en el área de matemática se desarrolla y se potencializa a través de diversas actividades significativas propuestas por el docente dirigida a los estudiantes, es por eso que se debe resaltar esta definición.

Albertos (2021) define al pensamiento crítico como:

Un conjunto de habilidades y disposiciones a través de las cuales un ciudadano crítico puede interpretar situaciones complejas de la vida cotidiana; analizar la abundante información que le rodea; inferir conclusiones a partir de evidencias; explicar sus descubrimientos argumentando adecuadamente; evaluar afirmaciones; tomar decisiones para resolver problemas, y reflexionar sobre todo el proceso seguido (p.131).

En esa misma línea, el pensamiento crítico es una habilidad que se desarrolla a través de una experiencia activa significativa, donde se construyen significados por medio del diálogo así como interactuando entre sus pares, así se desarrolla la curiosidad, se responde ante los cuestionamientos, existe reflexión con el único fin de tomar decisiones para dar soluciones ante un

problema, esto ayuda al estudiante a analizar desde diversas aristas, donde podrá argumentar y fundamentar sus ideas.

Por ello, implementar y promover el pensamiento crítico en el aula implica que el estudiante, no solo se conforme con saber matemáticas, sino que aprenda a razonar y calcular para poder plantear y resolver situaciones problemáticas cotidianas, potencializando así la metacognición y la autoevaluación al promover una análisis individual.

Es importante desarrollar habilidades de pensamiento crítico en los educandos, Albertos (2021) selecciona y describe estas habilidades que se detallan en la siguiente tabla:

Tabla 3

Descripción de habilidades del pensamiento crítico

Habilidad	Descripción
Interpretar la situación.	Comprender la situación objeto de estudio identificando la afirmación o el problema central y dando el sentido apropiado al caso.
Establecer la fiabilidad de la fuente.	Reconocer el grado de confianza del mensaje con la intención de establecer la fiabilidad de la fuente teniendo en cuenta su originalidad, credibilidad, interés y consistencia.
Identificar las variables principales y su relación.	Identificar que variables intervienen, distinguiendo si la relación entre ellas es de casualidad o de correlación.
Identificar que información falta.	Preguntarse que información es necesaria para tomar una decisión o resolver un problema.
Argumentar	Diferenciar una opinión de un razonamiento. Distinguir que datos están a favor de una afirmación y cuáles la refutan. Dar razones a favor y en contra. Enlazar las hipótesis con los datos.
Inferir	Obtener conclusiones basándose en datos.
Evaluar	Juzgar si las conclusiones siguen las premisas y si los argumentos son validos.

Tomar decisiones para resolver problemas.	Definir el problema e identificar los posibles objetivos, la generación y la selección de alternativas, y juzgar entre estas últimas.
Autorregular el proceso de pensamiento.	Examinar el proceso de reflexión realizado y sintetizar los hallazgos.

Nota. Albertos, D (p.53)

Los estudiantes al desarrollar su pensamiento crítico serán en el futuro ciudadanos que plantearán cuestionamientos de forma clara, coherente y reflexiva, teniendo una apertura para analizar desde diversas perspectivas, tomar decisiones y dar posibles soluciones al problema, argumentando desde el contexto social que lo rodea.

2.2.1.4 Lenguaje Matemático

El desarrollo del lenguaje en la persona es muy importante porque le permite adquirir nuevos conocimientos, comprender su entorno, establecer relaciones interpersonales, asimismo expresar sus ideas.

Castro (2021) refiere que “algunas teorías del aprendizaje, como los constructivistas y socioculturales, subrayan el papel fundamental del lenguaje para apoyar el desarrollo matemático de los niños y señalan la importancia del discurso matemático como herramienta para aprender esta materia” (p.29).

De acuerdo con el autor es significativo conversar con los estudiantes (planificado o espontáneo), siendo así, se puede utilizar ciertas narraciones y lecturas, así como también podemos interactuar realizando diversos juegos, es ahí donde logramos una comunicación; ellos pueden expresar las estrategias que utilizan y también las razones del porque lo hacen de tal o cual forma para resolver algún problema, todo esto los lleva a un razonamiento, para entender

si su opinión coincide o es opuesta a la de los demás, todo esto le permite discernir su pensamiento.

Dentro de estas conversaciones el docente puede realizar algunas preguntas que motiven la ampliación del pensamiento y reflexión de los estudiantes como: ¿Qué más? ¿Me pregunto que pasaría sí...? etc. Esto puede ayudar a nuevas formas de pensar y de interactuar. Asimismo el enriquecimiento del vocabulario es significativo en el aprendizaje cognitivo del estudiante.

Tabla 4

Preguntas y acciones asociadas a ellas

Pregunta	Acción asociada
¿Cómo es...?	Describir, establecer atributos.
¿Es más o menos...?	Comparar y ordenar.
¿Cuántos...?	Contar.
¿Cuánto...?	Medir.
¿Dónde...?	Localizar en el espacio.
¿Cuándo...?	Localizar en el tiempo.
¿Por qué...?	Explicar una situación.
¿Qué ocurriría sí...?	Formular hipótesis.
¿Por qué...?	Evaluar (fines, medios).
¿Qué es...?	Clasificar (objetos o situación).

Nota. Castro, E (2021)

Lo que se observa en el cuadro puede ayudar a realizar una mejor forma de plantear algunas preguntas cuando se realiza algún ejercicio matemático o una situación problemática, donde la situación que genera el conflicto cognitivo ayuda al estudiante a reflexionar, analizar para luego fundamentar su respuesta y que también se debe considerar la metacognición dentro de la sesión de aprendizaje del estudiante.

2.2.2 Dificultades del Aprendizaje Matemático.

Los estudiantes durante la etapa escolar es posible que presente ciertos problemas en el aprendizaje en el área de matemática, es por eso que los

docentes deben estar capacitados para identificar cuáles son las razones por las cuales se presentan estas dificultades que le impiden ser competentes en esta área a los educandos.

2.2.2.1 Razones del fracaso en matemáticas

El bajo rendimiento de los estudiantes en el área de las matemáticas tiene algunas causas, Pérez (2015) lo considera desde dos puntos de vista, que pueden ser interno y externo en relación con la persona. A nivel interno considera la herencia dependiendo de factores genéticos, mientras que en lo externo considera el ambiente que puede ser estimulador o no.

El autor considera en el nivel interno de forma más específica lo siguiente:

- Neurológico, se relaciona con alguna lesión en un área del cerebro producto de una lesión cerebral sufrida posteriormente de que las habilidades matemáticas se han logrado. Pérez (2015) sostiene que “Luria y Christensen (1978) establecen que las lesiones en las regiones parietales del hemisferio izquierdo provocan trastornos en la aritmética y que un síndrome en el área occipital causa que la persona no pueda escribir, ni leer en voz alta un número escrito”. (p.161)
- Cognitivo, Se puede considerar algunos como: no cuentan con conocimientos previos para afrontar nuevos aprendizajes, presentan un proceso inadecuado de recuerdo y almacenamiento.

A nivel externo se puede tomar en cuenta lo evolutivo y educativo; se puede especificar algunas características como:

- Evolutivo: el niño dentro de su etapa de desarrollo recibe un bajo estímulo en relación con las matemáticas dentro del contexto que se encuentra.

- Educativo: se encuentra con un curso que tiene ya cierta dificultad como materia y que los temas tienen un orden que siempre se relaciona con el aprendizaje anterior, así como la forma de enseñanza que se brinda en las escuelas.

Dentro de todas estas causas se puede considerar las que conllevan a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, la falta de funcionalidad del curso en su mundo real, presentándolo fuera de su contexto en la escuela. Asimismo el lenguaje matemático utilizado es diferente al de su contexto familiar y que el estudiante tendrá que adquirir.

Existen diversos autores que coinciden con estas causas internas, pero se deben tomar en cuenta otros factores que van a implicar estas razones por las cuales el estudiante puede fracasar momentaneamente dentro del curso, y es ahí donde debe intervenir el docente, es por eso que Garrido (2015) hace una encuesta a los estudiantes para poder medir estas razones.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE (2014, citado en Garrido, 2015) Mide las razones del fracaso en las matemáticas a partir de las respuestas con una escala de Lickert sobre la probable causa de dicho fracaso, respondiendo a los ítems: no soy bueno con los problemas de matemáticas, el profesor no explica bien, hago malas conjeturas, es una asignatura muy difícil, el profesor no mantiene el interés en los estudiantes y mala suerte. (p.415)

Todos estos indicadores son causas externas al estudiante, no está en él mejorar las matemáticas, por el contrario son condicionantes externos y quien puede lograr que el estudiante pueda superar estas dificultades es el docente de aula después de identificar las causas, para luego intervenir con actividades que

le facilite al estudiante a comprender mejor, usando diversas estrategias o técnicas para resolver situaciones matemáticas.

2.2.2.2 Dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas

Al inicio de las dificultades de aprendizaje se consideran específicamente a las áreas que son académicas especialmente las básicas en la etapa escolar, Castro (2021) considera que algún estudiante puede tener dificultades para ejecutar ciertas tareas matemáticas, donde esta situación puede ocasionar cierto retraso en su desempeño en relación a sus compañeros y no poder continuar al mismo ritmo que los demás, ocasionando desánimo y desmotivación.

Es necesario tomar en cuenta que también existen algunas destrezas matemáticas que requieren capacidades no matemáticas, como habilidades de coordinación motora fina, uso de la memoria, comprensión de la lectura de un texto, que pueden ser el origen de la dificultad. Es muy importante analizar las potencialidades y debilidades académicas de los estudiantes en la búsqueda del origen de la dificultad con las matemáticas, para aplicar algunas estrategias que ayuden al estudiante a desarrollar sus capacidades. También se puede considerar, en caso no logre superar estas limitaciones, derivar a un especialista en dificultades para el aprendizaje para obtener un mejor diagnóstico.

2.2.3 La Habilidad Matemática

En la vida de la persona siempre se van desarrollando diversas habilidades que se van perfeccionando a través de las experiencias significativas logrando ser competente en alguna área específica más que en otra.

2.2.3.1 Concepto de habilidad

Definir el termino habilidad lo relaciona con la habilidad del pensamiento y su desarrollo, para Baez (2016) “Las habilidades se entienden como las capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad y se pueden desarrollar en el ámbito intelectual, psicomotriz, afectivo y/o social”. (p.95)

Para Justo (2015) “El pensamiento es una actividad mental que precisa de varias habilidades interrelacionadas”(p.6) son esas habilidades las que el niño pone en práctica para pensar cómo puede dar solución frente a alguna situación, de esa misma forma al participar de experiencias educativas los niños empiezan a practicar un conjunto de capacidades en distintos aspectos como lo afectivo, social, cognitivo, físico, motriz y del lenguaje que se van fortaleciendo entre ellas, también se desarrollan las habilidades fundamentales del pensamiento, siendo estas la base para la construcción y la organización del conocimiento.

Es decir, las personas cuentan con habilidades que con el transcurrir del tiempo van perfeccionando y desarrollando nuevas destrezas que aplicarán ante alguna necesidad.

2.2.3.2 Habilidades matemáticas

Al inicio de la vida de una persona se empiezan a desarrollar diversas habilidades, las cuales va utilizando de acuerdo a sus necesidades, algunas de ellas persistiran en el tiempo, pero otras solo lo utilizarán en el momento adecuado.

Es importante conocer la opinión de algunos autores que van puntualizando dentro del área algunos términos que enfocan mejor acerca del desarrollo de las habilidades matemáticas.

Pearson (2014 citado en Bin, 2017) al referirse a la eficacia numérica de forma natural o intuitiva, la cual es denominada como conciencia numérica, donde se entiende los principios y las relaciones de la matemática y la formalidad de la misma, donde se opera y ejecuta procedimientos con facilidad y flexibilidad para desarrollar estrategias en la resolución de situaciones problemáticas complejas, asimismo puede hacer un automonitoreo.

2.2.3.3 Clasificación de las habilidades

Cuando se refiere a los diversos tipos de habilidades se pueden encontrar clasificaciones con cierta semejanza en los conceptos y que diversos autores lo sustentan, pero Williner (2014) considera la importancia de la Taxonomía de Bloom (s.f.) donde se encuentran las habilidades de dominio cognitivo y establece seis categorías, que según la aplicación de la habilidad se puede presentar en el conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

También otros autores como Delgado (1998 citado en Williner, 2014), Henández et al., trabaja habilidades matemáticas y las une según su función como:

- Habilidades conceptuales: son las que manejan solo conceptos (identificar, definir, comparar, demostrar).
- Habilidades traductoras: se trasladan de un lado a otro (interpretar, modelar, recodificar).
- Habilidades operativas: son aquellas que sirven de apoyo a las complejas que se encuentran afines con lo material o verbal (graficar, algoritmizar, aproximar, calcular, optimizar).

- Habilidades heurísticas y metacognitivas: son las que usan recursos heurísticos y metacognitivos, estando inmerso dentro de un pensamiento reflexivo, estructurado y creativo (resolver).

2.2.3.4 La formación de las habilidades

Algunos autores precisan que la formación de las habilidades de una persona se puede observar en una edad temprana.

Estas investigaciones muestran que el desarrollo de las habilidades matemáticas aún siendo informales en el niño, se presentan en edad temprana donde se percibe una conciencia numérica como algunos autores lo expresan y sustentan. Dehaene (1997, citado en Bin, 2017) ha realizado una investigación donde plantea que el cerebro usa dos formatos para representar un número, siendo el formato simbólico que es respaldado por las habilidades en el lenguaje para el manejo de signos y algoritmos numéricos, mientras que el otro no se relaciona con el lenguaje, por el contrario se encuentra ubicado en los circuitos del cerebro que están asociados al aspecto visual y espacial que se usa para el cálculo aproximado de cantidades numéricas. Es decir las habilidades en aritmética desde lo básico es el resultado de la unión de los dos tipos de representación.

Dehaene (2016 citado en Bin, 2017) expresa que hasta el surgimiento del lenguaje, hay un proceso que tiene el número siendo preverbal cuando dice uno, dos y tres parece que reconoce la denominación o que está contando, a esta habilidad se le denomina "subitización". Esta expresión no la considera apropiada el autor porque realmente no es de forma instantánea, ya que tiene un proceso cognitivo relacionado al momento de identificar algunos elementos.

La numeración según Bin (2017) se inicia a los dos años, cuando el niño interactúa con objetos de su entorno y aprende a denominar cantidades usando cuantificadores como: muchos, pocos, todos, ninguno, etc.

2.2.4 Método Singapur

En el contexto educativo existen diversos métodos que se han aplicado a lo largo de la historia dentro del ámbito escolar, y ahora tenemos un método que se inicia a través de una experiencia del país de Singapur, por ello lleva su nombre, y en algunos países se está aplicando dentro de los currículos escolares con capacitaciones a los docentes de los diversos niveles educativos.

2.2.4.1 Antecedentes del Método Singapur

En la ciudad de Chile Calderón (2014) hace referencia a como surge esta propuesta del Método Singapur que actualmente se aplica en la currícula, promovida por el Ministerio de Educación en las diversas escuelas de Chile.

La Isla de Singapur nace en 1965 a partir de ser expulsada de la Federación de Malasia en condiciones no favorables al no contar con recursos naturales para su explotación, y así activar su economía, como consecuencia tuvieron que recibir a empresas extranjeras en el rubro de la manufactura, donde a los trabajadores se les pagaba un sueldo que no compensaba el trabajo que realizaban.

Las autoridades empiezan a tomar decisiones a partir de lo que perciben entre sus habitantes, observando que contaban con personas que tenían un buen potencial intelectual y con una capacidad creativa que debía ser fomentada desde el área educativa, es ahí donde empiezan a invertir ante otras necesidades que tenía el país, priorizando la educación y los recursos que será la base del desarrollo.

En Singapur las inversiones en educación fueron en la implementación de todos los recursos dirigidos a la formación inicial de los docentes y a la creación de políticas educativas, donde intervinieron diversas instancias como el Ministerio de Educación, universidades dedicadas a la formación de docentes. Asimismo se consideró la construcción de escuelas, se igualaron los sueldos a los docentes, cuyo objetivo era que los estudiantes de Singapur recibieran una buena educación de forma gratuita y sin diferencia alguna. En 1992 empiezan a efectuar una propuesta didáctica para enseñar las matemáticas en Singapur, encontrándose en el año de 1995 donde son examinados con las evaluaciones internacionales TIMSS y PISA y en la cual destacan sus puntajes.

De acuerdo con el autor, en el 2011 a raíz de las evaluaciones de PISA logran estar dentro de los primeros puestos entre 60 países que fueron evaluados, es así como alcanzan estos niveles porque tienen en la curricula la resolución de problemas matemáticos, donde se considera la metodología de forma transversal.

2.2.4.2 Enfoque Concreto, pictórico y abstracto (CPA)

Soto (2015) expresa que la metodología del Método Singapur sigue pasos establecidos y por otro lado se considera que el conocimiento tiene como base un aprendizaje anterior, pasando de lo concreto a lo abstracto, donde se resalta la parte visual y manipulativa.

Este método se fundamenta en tres ejes principales como parte de su didáctica y son los siguientes :

1. Concreto: Se realiza a partir de las situaciones reales para acercarlos a la conceptualización de las matemáticas a través de actividades manipulativas.

2. Pictórico: Los estudiantes dibujan para representar conceptos matemáticos y la cantidad numérica donde pueden comparar, esto les ayuda a dar respuesta al problema.
3. Abstracto: Los estudiantes siguen una serie de pasos para usar signos, símbolos y algoritmos matemáticos que se escribe a través de la práctica que se basa de lo concreto o pictórico.

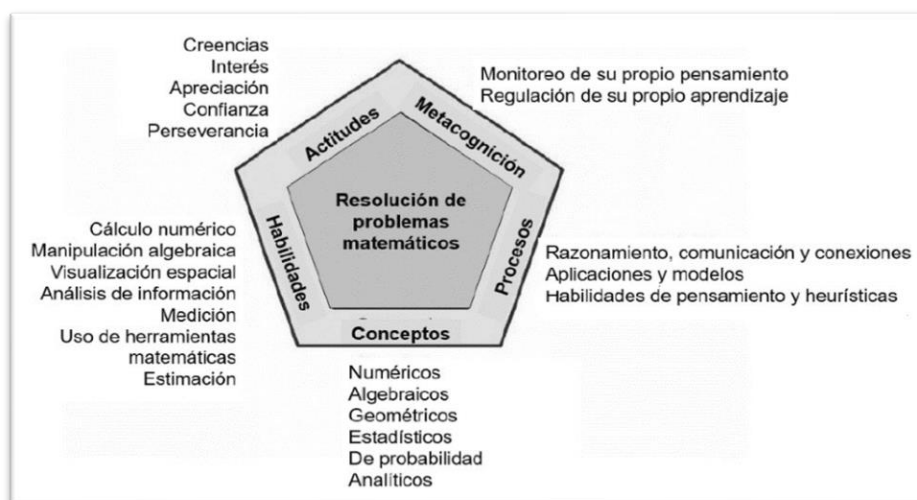
Estos ejes pertenecen al enfoque CPA al parecer fue creada para estudiantes del nivel primaria, pero se puede considerar para la etapa pre-escolar, donde se incide mucho el uso de la manipulación de objetos, además de apoyarse con el uso de imágenes y esquemas visuales relacionándolo con la experiencia y la representación mental que van a desarrollar los estudiante a través de sus aprendizajes, comprendiendo en forma natural los conocimientos matemáticos.

2.2.4.3 Pilares del Método Singapur

El presente método tiene una estructura que consta de cinco pilares importantes que son la base de dicha metodología. En el gráfico se puede observar estos pilares con sus respectivos contenidos.

Figura 1

Marco curricular de matemática de Singapur.



Nota. Dr.E. Chan, comunicación personal, 19 de octubre de 2021

Soto (2015) desarrolla cada uno de los pilares de la currícula de matemática del Método de Singapur.

- **Conceptos:** A los estudiantes se les debe presentar diversas experiencias significativas para desarrollar los conceptos numéricos, encontrando en las matemáticas cierto sentido con el propósito de una participación más activa en su aprendizaje matemático, sintiéndose seguro para dar a conocer lo aprendido y emplearlo con el material concreto que va a manipular. Asimismo el uso de la tecnología que el Ministerio de Educación de Singapur sugiere es profundizar los contenidos mediante el enfoque espiral.
- **Habilidades:** Las siete habilidades que se propone en este pilar es importante en el desenvolvimiento del estudiante para ser competente en su aprendizaje en el uso de las matemáticas, esto implica que se debe prescindir de las habilidades de procedimiento si es que no se ha logrado entender los principios matemáticos. Dentro de esta competencia de habilidades se debe

tomar en cuenta el manejo de la tecnología en el caso de la exploración y resolución de situaciones problemáticas, considerando el conocimiento y aplicación de estas habilidades y la comunicación del pensamiento.

- **Procesos:** Estos procesos describen las habilidades del conocimiento que intervienen en el proceso de asimilación y uso de conocimientos matemáticos, donde se incluye el razonamiento, comunicación y las conexiones del aprendizaje de dicha área, desde la enseñanza de primaria hasta el nivel avanzado que es donde se puede visualizar.
- **Actitudes:** Con respecto a las actitudes se describen aspectos afectivos en relación al aprendizaje de la matemática que se puede considerar ciertas creencias acerca del área y su uso; al tener cierta motivación y placer por aprender matemática teniendo familiaridad en su aplicación, el estudiante con perseverancia podrá resolver situaciones problemáticas. Todas estas actitudes son el reflejo que presenta el estudiante ante la experiencia que le ofrece la matemática de forma divertida y significativa, estas actitudes son muy positivas y se deben tomar en cuenta al desarrollar las sesiones de aprendizaje que le permita obtener un buen nivel de confianza y gusto por la matemática.
- **Metacognición:** Es el conocimiento y la destreza de examinar los procesos de una reflexión personal en la elección y la aplicación de estrategias para solucionar situaciones problemáticas, donde se involucra el propio pensamiento y la autorregulación del aprendizaje, todos estos procesos llevan a una meta. Esta práctica es muy importante para el estudiante porque le permite desarrollar sus habilidades ante una situación problemática donde

interviene la conciencia metacognitiva del estudiante, enriqueciendo su práctica y se puede considerar lo siguiente:

- Mostrarle al estudiante ciertas habilidades de la resolución de problemas que considera habilidades del pensamiento y su aplicación ante un problema.
- Motivar al estudiante a expresar en voz alta la estrategia que va a usar o el método para poder dar solución a la situación problemática.
- Facilitarles ciertos problemas donde él pueda planificar y evaluar dicha situación problemática.
- Motivar al estudiante a plantear diversas opciones para resolver dicho problema, verificando y reflexionando los resultados.
- Otorgarles tiempo para que puedan debatir como resolver una situación problemática.

2.2.4.4 Currículo en espiral

El Método Singapur está orientado a un currículo en espiral y Zapatera (2020) especifica que los conceptos se pueden promover en diversas formas, y que se adaptan a las necesidades de los estudiantes. Esta perspectiva busca un aprendizaje progresivo de los conocimientos matemáticos, donde se presenta un concepto y se aumenta el grado de complejidad, pero de forma gradual, esto permitirá el reforzamiento de los conocimientos anteriores, y el docente a través de los saberes previos hará que el estudiante entre en contacto con los nuevos aprendizajes o conocimientos de los contenidos que se relacionan entre sí. En la tabla 5 se puede visualizar la progresión de los contenidos en los diversos grados que tiene el currículo de Singapur.

Tabla 5

Carácter “espiral” del tópico de la probabilidad en el currículo de Singapur

CONTENIDOS	1°	2°	3°	4°	5°	6°
Comparación de dos sucesos: más, menos o igual probable.	X	X				
Clasificación de sucesos: cierto, probable, improbable e imposible.	X	X	X			
Combinaciones			X	X	X	X
Comprensión de probabilidad				X	X	
Cálculo de probabilidades				X	X	
Hacer predicciones				X	X	X
Sucesos compuestos						X

Nota. Zapatera, A (2020)

2.2.4.5 Teorías que sustentan el Método Singapur.

El método que se propone en la investigación se basa en algunas teorías que se van complementando entre ellas.

- **Teoría de la instrucción de Jerome Bruner**

Esta teoría nos muestra la representación que se hace en el aprendizaje a través de una actualización por medio del Método Singapur con el enfoque del CPA basándose en la concepción de Bruner.

Bastias et al (2015) refiere que esta teoría indica el proceso de aprendizaje del estudiante a través de etapas:

- a) Representativa: el estudiante entra en contacto al manipular de manera física y directa por medio de las acciones cotidianas, se puede observar en los primeros años de su vida cuando separa, une, ordena piezas mientras juega, ahí interviene la percepción visual.

b) Icónica: el estudiante va a representar lo que ha manipulado a través de imágenes, es así como esta representación de lo concreto pasa a la representación gráfica quedando en su memoria la acción que ha realizado.

c) Simbólica: el estudiante tiene la habilidad de usar símbolos o palabras para representar lo que ha ejecutado, en esta modalidad aplica su intuición, usa la lógica, es analítico y en este nivel logra manipular muchas variables al mismo tiempo para resolver una diversidad de demandas, es ahí donde se forma los conceptos más elaborados.

- **Teoría de la variabilidad de Zoldan Paul Dienes**

Bastias et al (2015) retoma algunas ideas de la teoría de Dienes donde los niños son constructivistas de forma innata, necesitan experiencias y la manipulación concreta de elementos de su entorno para lograr construir su propia imagen dentro de un ambiente, siendo uno de los que sostienen la importancia del uso del material manipulativo en el área de matemática, donde se encuentra relacionado con la base del Método Singapur en correspondencia a las etapas concretas/pictóricas que son antes de la simbolización y de la abstracción de los contenidos. En su teoría sustenta este método que es el principio de la concretización múltiple o principio de variabilidad perceptiva, en la cual para poder impartir un contenido o tema debe ser a través del uso de un material concreto para que logre comprender la relación o establecer relaciones. En algunos casos se puede utilizar tal vez para lograr entender el concepto con otros materiales concretos y no quedándose solo con un material que lo pueda relacionar a dicho tema o contenido.

El autor refiere que el principio de variabilidad matemática, apoya a los planteamientos de diversas conceptualizaciones matemáticas que pueden ser demostrados a través de la manipulación o el uso pictórico. Estas características ayudan a la abstracción de conceptos al estudiante en el aprendizaje del área de matemática.

- **Teoría de la comprensión instrumental y relacional de Richar Skemp**

Soto (2015) refiere que Richar Skemp usa dos conceptos muy importantes en el desarrollo y fundamento del Método Singapur.

- a) La comprensión instrumental: es como comprende el estudiante por primera vez un concepto que puede diferir de las razones matemáticas.
- b) La comprensión relacional: es la relación de los conceptos instrumentales que han sido admitidos en el área de la matemática, en caso no se comprenda el concepto en su inicio no podrá definir la relación o la vinculación que hay entre ellos.

Otros autores como Bastias et al (2015) expresa que los estudiantes tienen dos tipos de comprensión que son consecuencia del tipo de instrucción con la que cuenta y la motivación que manifieste el estudiante, otras variables como la instrumental, donde el estudiante usa la memoria para conocer conceptos pero no da razones en la aplicación de conocimientos; la variable relacional en cambio muy aparte de conocer y tratar conceptos, ellos son capaces de poder usarlos en diferentes contextos donde se encuentre. Bastias et al (2015) toma como referencia a Edge en su investigación donde manifiesta que el Método Singapur respalda una forma de enseñanza a través de una clase, donde se pueda interrelacionar estos tres subniveles con el tipo de

comprensión relacional en los estudiantes para lograr llegar a un fin del desarrollo del razonamiento de forma lógica en diversas situaciones problemáticas, donde pueda aplicar sus conocimientos matemáticos para encontrar una respuesta al momento de resolverlo y esta acción puede permanecer en un tiempo largo.

2.3 Definición de términos

A continuación se define cada uno de los términos expuestos en el presente trabajo de investigación

Competencia: El Ministerio de Educación (2016) lo especifica como la preponderancia que posee un individuo al ordenar muchas capacidades para lograr un plan puntual dentro de una realidad donde se toma acciones acertadas y con un sentido ético.

Capacidades: El Ministerio de Educación (2016) manifiesta que son conocimientos, habilidades y actitudes que posee la persona y que actúa de manera competente al afrontar una situación determinada.

Desempeño: El Ministerio de Educación (2016) precisa que son representaciones puntuales que realizan los estudiantes respecto a los niveles de perfeccionamiento de las competencias y que se plasma en los estándares de aprendizaje, demostrando el proceso en que se encuentra para adquirir el nivel deseado de la competencia o cuando ya han logrado este nivel.

Lenguaje matemático: Es una forma de pensar y que a través de la expresión oral los estudiantes exteriorizan sus ideas, conocimientos, inquietudes, experiencias, comunicándose matemáticamente, definiendo conceptos,

utilizando un vocabulario que parte de una reflexión, experimentación e investigación.

Estrategia: Monereo (2001 citado en Aguila, 2014) lo define como conductas planificadas que eligen y establecen mecanismos cognitivos donde se incluyen los afectivos y motores con el objetivo de afrontar alguna situación problemática, facilitando el proceso de aprendizaje.

Dificultades de aprendizaje: Fiuza y Fernández (2021) lo define como aquellas que están organizadas por un conjunto heterogéneo de problemas cuyo origen puede ser debido a una disfunción del sistema nervioso central.

Competencia matemática: Es la capacidad que tiene la persona en expresar, utilizar y explicar las matemáticas, siendo un proceso matemático que le va ayudar a resolver una situación problemática.

Situación problemática: MINEDU (2013) es una situación que presenta dificultad y hay que reflexionar para buscar una respuesta coherente que permita dar una solución.

CAPÍTULO III: MÉTODO

En el presente capítulo se plantea el método que se va a aplicar en la investigación denominando el nivel, tipo y el diseño de investigación. Finalmente se detalla las características de los participantes, la descripción de las categorías y subcategorías; y las técnicas de recolección de datos que permiten fundamentar la investigación.

3.1 Marco metodológico

La presente investigación corresponde al enfoque cualitativo de un nivel descriptivo, donde se recoge algunos elementos de tipo etnográfico y cuya técnica de investigación es la observación.

Según Hernández, Fernández y Baptista (2018) “una ruta cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto” (p.390) es decir va a permitir explorar la forma como los estudiantes perciben y experimentan algunos hechos de su ámbito y como aplican el progreso de sus habilidades matemáticas.

Para Ballestín y Fabregues (2018) una investigación cualitativa “se pone énfasis en estudiar fenómenos sociales en el propio entorno natural en el que se producen” (p.26) es decir, se percibe más la variable de estudio dentro del contexto donde se desarrolla. Asimismo los autores consideran que este tipo de estudio tiene un proceso activo, sistemático y exigente en la indagación dirigida, que va a permitir tomar decisiones sobre lo que se investiga mientras se encuentre en el contexto de investigación.

Ballestin y Fabregues (2018) dentro del nivel descriptivo “busca especificar las propiedades, las características y los perfiles más relevantes de personas, grupos de comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a estudio” (P.45) se describe a partir del recojo de la información del objeto de estudio obteniendo detalles de la variable que se mueve en un contexto, este tipo de diseño permite tener mayor exploración para analizar.

Según Palomino et al. (2017) los estudios etnográficos son un tipo de investigación que recoge elementos desde una práctica reflexiva a partir de la observación de las actividades y la modalidad de participación del investigador al percibir el entorno como algo natural donde se va a interpretar y entender las acciones de los otros, siendo la meta de describir y analizar el comportamiento.

El presente trabajo plantea a través de la experiencia la observación de audiovisuales de las clases sincrónicas y el análisis de cómo los estudiantes aplican el Método Singapur adquirido el año anterior en una situación regular del año escolar, y como lo emplea en circunstancias de confinamiento debido al Estado de emergencia en sus clases virtuales para verificar si existe eficacia.

3.2 Participantes

Los participantes del estudio lo conforman estudiantes del segundo grado de primaria de IE particular parroquial perteneciente a la UGEL 3 que tiene un nivel socio económico de clase media, donde se ha utilizado el Programa del Método Singapur basado en lo concreto, pictórico y abstracto.

Los estudiantes participaron del programa del Método Singapur de forma regular durante el año 2019, asimismo la docente que ha acompañado este proceso recibió capacitación un año anterior y ese mismo año lectivo.

Los participantes de la investigación son 23 niños y 9 niñas, donde hay polidocencia en el grado, siendo la tutora responsable de los cursos básicos que son matemática, comunicación, personal social, ciencia y tecnología.

Para seleccionar a los participantes en la investigación se ha tenido que considerar algunos criterios que a continuación se detallan:

Los criterios de inclusión son los siguientes:

- Estudiantes matriculados desde el inicio del año escolar.
- Estar cursando el segundo grado.
- Estudiantes de ambos sexos.
- Edad entre 7 y 8 años.

Los criterios de exclusión son los siguientes:

- Estudiantes de inclusión.
- Edad de 9 años.
- Asistencia irregular a las clases virtuales.
- Estudiantes nuevos.

En cuanto a las características del espacio que se ha observado se puede evidenciar que los estudiantes utilizan la plataforma Microsoft Teams para recibir las clases sincrónicas dentro de las aulas virtuales. Asimismo, los estudiantes cuentan con el apoyo de los padres, quienes acompañan a sus menores hijos durante las clases sincrónicas, algunos no cuentan con recursos tecnológicos óptimos para recibir sus clases como falta de cámara, audio, internet de baja señal y algunos utilizan los celulares de sus progenitores, donde no todos tienen opciones en el dispositivo para utilizar la plataforma.

3.3 Categorías de análisis

Se registra las categorías y subcategorías de las variables que involucra el estudio de investigación.



Tabla 6

Análisis de las categorías y subcategorías de las variables

Categorías	Subcategorías
<p>Habilidades Matemáticas</p> <p>Es el dominio que posee el estudiante frente a una actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, empleando estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos.</p>	<p>Cálculo numérico: Es aplicar una secuencia de acciones que van a permitir resolver un problema.</p> <hr/> <p>Manejo algebraico: Es convertir los datos y condiciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica que represente las relaciones entre ellas.</p> <hr/> <p>Visualización espacial: es representar usando símbolos para expresar ideas matemáticas con claridad y precisión.</p> <hr/> <p>Análisis de datos: Representa el comportamiento de un conjunto de datos, seleccionados en tablas o gráficos estadísticos. Análisis de situaciones aleatorias y representar la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad.</p> <hr/> <p>Medición: Es comparar estableciendo relaciones entre lo cuantitativo o lo cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase.</p> <hr/> <p>Uso de herramientas matemáticas: Seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de procedimientos, estrategias y recursos para recopilar, procesar y analizar datos, así como el uso de técnicas.</p> <hr/> <p>Estimación: Es predecir un valor o un resultado numérico, como expresar una magnitud, la aproximación de alguna particularidad medible, prevalece mucho la intuición en base a lo aprendido anteriormente.</p>
<p>Método Singapur</p> <p>Es un método que permite que el estudiante pueda lograr los conceptos matemáticos a través de un proceso que involucra lo concreto, pictórico y abstracto para resolver una situación problemática.</p>	<p>Concreto: Material manipulativo que indaga los conceptos matemáticos.</p> <hr/> <p>Pictórico: Se representa a través de un dibujo las cantidades numéricas de comparación y sus relaciones según el problema.</p> <hr/> <p>Abstracto: Utilizan signos o símbolos para representar su experiencia concreta o pictórica de algoritmos.</p>

3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información

En esta sección se alude a los instrumentos de recolección de datos que se van a usar para interpretar los hallazgos recogidos en concordancia con la pregunta de investigación y los objetivos de investigación.

3.4.1 Procesamiento para la ejecución de la investigación

Para realizar el procesamiento de la ejecución de la investigación se considera las siguientes acciones:

- Realización de un oficio dirigido al director de la Institución para solicitar permiso para realizar la observación de las grabaciones de las sesiones de clase del curso de matemática, donde los estudiantes aplican el Método Singapur.
- Realizar coordinaciones con el responsable de innovación para descargar las grabaciones de las clases sincrónicas del curso de matemática de segundo grado de primaria antes de deshabilitar la plataforma Microsoft Teams.

3.4.2 Instrumentos de recolección de datos

El instrumento de recolección de datos es la guía de observación cuyos ítems han sido elaborados de acuerdo con las subcategorías con el propósito de obtener información del nivel de habilidades matemáticas que cuenta el estudiante en la aplicación del Método Singapur en sus clases sincrónicas del curso de matemática.

Se busca identificar en los estudiantes qué habilidades matemáticas utilizan con mayor frecuencia para resolver los diversos ejercicios planteados en las clases sincrónicas; para ello se eligieron 21 videos que corresponden a las

clases virtuales, cada sesión cuenta con una 1h aprox.; sin embargo, la institución en su planificación curricular cuenta con dos sesiones sincrónicas del curso de matemática en el segundo grado de primaria durante la semana. Las grabaciones para su observación y análisis pertenecen a los meses de abril (1 sesión), mayo (4 sesiones), junio (5 sesiones), julio (3 sesiones), agosto (6 sesiones) y diciembre (2 sesiones) que fueron elegidos al azar. Estas fueron codificadas de la siguiente manera:

Tabla 7

Registro de codificación de audiovisuales de las clases sincrónicas

Fuente	Codificación	Fuente	Codificación
Sesión 1: Audiovisual	OBS -29 -04	Sesión 12: Audiovisual	OBS-13 -07
Sesión 2: Audiovisual	OBS-11-05	Sesión 13: Audiovisual	OBS-22 -07
Sesión 3: Audiovisual	OBS -13 -05	Sesión 14: Audiovisual	OBS -05-08
Sesión 4: Audiovisual	OBS-20-05	Sesión 15: Audiovisual	OBS -12-08
Sesión 5: Audiovisual	OBS-27-05	Sesión 16: Audiovisual	OBS-17-08
Sesión 6: Audiovisual	OBS-03-06	Sesión 17: Audiovisual	OBS-19-08
Sesión 7: Audiovisual	OBS-10-06	Sesión 18: Audiovisual	OBS-24-08
Sesión 8: Audiovisual	OBS -15-06	Sesión 19: Audiovisual	OBS-26-08
Sesión 9: Audiovisual	OBS-17-06	Sesión 20: Audiovisual	OBS-07-12
Sesión 10: Audiovisual	OBS-22-06	Sesión 21: Audiovisual	OBS-09-12
Sesión 11: Audiovisual	OBS-01-07		

Cabe mencionar que esta información en su inicio se quiso recoger en una plantilla de guía de observación, pero no fue viable registrarlo porque no se podía evidenciar el marco teórico.

Es por eso, que la información de las grabaciones se procedió a registrar en un cuadro de Excel para analizar cada una de las habilidades matemáticas que los estudiantes utilizaban para resolver los ejercicios y situaciones problemáticas que se les presentaba en sus clases sincrónicas.

3.5 Técnicas de procesamiento y tratamiento de la información

Para procesar la información y el análisis de datos se aplica la transcripción de la información de los videos a los cuadros elaborados en Excel, (tabla 8) con las codificaciones respectivas de los estudiantes por la cual permitirá conocer cómo se han comportado las variables.

Seguidamente se aplica el análisis e interpretación de cada uno de los hallazgos que se han obtenido por subcategorías, confrontándolos con la teoría para responder a los objetivos planteados en la investigación.

Tabla 8

Matriz del vaciado de los hallazgos de la investigación

Fecha		OBS -29 -04	OBS-11-05	OBS -13 -05
Habilidades	Cálculo numérico			
	Manejo algebraico			
	Visualización espacial			
	Análisis de datos			
	Medición			
	Uso de herramientas matemáticas			
	Estimación			
Método	Concreto			
	Pictórico			
	Abstracto			

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

En el capítulo se presentan los resultados según los objetivos de la investigación. El primer objetivo específico de estudio es identificar las habilidades matemáticas en base al Método Singapur que los estudiantes aplican durante las clases sincrónicas debido al estado de emergencia.

Inicialmente, fue necesario tomar en cuenta la metodología del Método Singapur a través del enfoque CPA que se basa en las teorías de Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp de acuerdo con Soto (2015). Los estudiantes recibieron las clases de forma virtual y eran acompañados por un miembro de la familia que desconocía el método. Así, a partir de estas subcategorías se identifican las habilidades matemáticas que desarrolla esta metodología.

Por otro lado, el segundo objetivo de la investigación es describir las habilidades matemáticas que prevalecen en los estudiantes y que emplea en las clases sincrónicas con ciertas limitaciones al no contar con un equipo de cómputo óptimo para recibir las clases, así como el material multibase, libros basados en el método por encontrarse en la escuela y continuar en una emergencia sanitaria en el país.

Finalmente, el tercer objetivo de la investigación es identificar las principales ventajas y desventajas de la aplicación del Método Singapur en las clases sincrónicas para el desarrollo de las habilidades matemáticas al encontrarse en el año escolar atípico como consecuencia de la emergencia sanitaria.

4.1 Habilidades matemáticas

Para iniciar la categoría principal de la presente investigación se considera a las “habilidades matemáticas” la cual responde al objetivo general. A partir de ella se desprende las subcategorías que son aquellas habilidades que desarrolla el Método Singapur.

4.1.1 Subcategoría1: habilidades matemáticas y cálculo numérico

En la subcategoría se registró cómo los estudiantes aplican las habilidades matemáticas en algunas sesiones de clases sincrónicas para resolver algunos ejercicios y/o problemas siguiendo una secuencia de acciones que le van a permitir dar una respuesta.

La docente a través de preguntas hace que el estudiante logre pensar acerca del proceso mental que ha realizado para dar una respuesta que no necesariamente puede ser la correcta, pero que permite fundamentar cómo lo ha ejecutado, siendo muy importante el lenguaje matemático que utiliza al expresarse, en el hallazgo se puede verificar este hecho.

Ante un ejercicio el estudiante responde, es 362 y la docente pregunta como lo has resuelto (...) expresando que a 342 le he sumado 10 más y es 352 corrigiendo su propia respuesta anterior. (EST-02)

Al realizar el cálculo numérico ya existe una sucesión de pasos que ejecuta el estudiante al expresar palabras y símbolos operacionales que van a describir la operación aritmética que está realizando en forma abstracta, permitiéndole corregir su respuesta anterior. En esta nueva evidencia con otro tipo de ejercicio, el estudiante identifica el número mayor y menor de tres cifras.

Se le pregunta al estudiante ¿Cuál es el número menor? y responde 351, se le hace una nueva pregunta ¿Cuál es el número mayor? (se toma su tiempo). La docente indica que observe (lo que se ve en la diapositiva) y responde 551, nuevamente se le interroga ¿Qué has hecho para saber cuál es el mayor? responde, miss he hecho que estoy contando de 100, 200, 300, bueno como ya es 500 y luego sumo 50, 550 y uno. (EST-19)

En esta situación se evidencia que el estudiante hace una comparación de las cantidades que observa identificando el menor y al tomarse su tiempo, al parecer busca una estrategia para identificar el número mayor y es ahí donde la docente interviene para ayudar diciéndole que vuelva a observar.

Luego expresa su respuesta brindando la secuencia de los pasos que ha realizado de forma mental.

En el siguiente hallazgo se puede apreciar la actitud del estudiante frente a una pregunta que realiza la docente.

Se presenta otro ejercicio con las centenas, si a 451 le agrego 100 más, ¿Cuánto será? no dice nada. (EST-07)

En este enunciado se requiere que el estudiante tenga como saberes previos la ubicación de los números en unidad, decena y centena, luego tendría que observar cual es la posición que va a variar al momento de agregar la cantidad y hacer el cálculo mental. Los estudiantes que aún no desarrollan algunas habilidades matemáticas a través de estrategias heurísticas, son debido a diversos factores entre ellos se puede considerar a un aprendizaje lento.

Para el uso de la estrategia agregar o quitar una centena, el estudiante se ubica de forma mental dentro del tablero de valor posicional y pueda realizar la operación como se puede ver en la siguiente evidencia.

Si a 551 le quito 100 menos ¿Cuánto será? Y responde 451, la docente pregunta nuevamente ¿Qué cosa has hecho? ¿Has sumado o has restado? Responde: restado, ¿Cuánto has restado? cien menos. (EST-10)

La docente a través de sus preguntas desea confirmar lo que el estudiante a comprendido en base a lo que ha realizado para descartar una posible intervención de un adulto en dar la respuesta.

Los estudiantes pueden construir un nuevo aprendizaje a partir de lo aprendido anteriormente utilizando heurísticas para dar respuesta a la operación, como consecuencia será más fácil realizar este tipo de ejercicios, ya que solo varía en una sola posición dentro del tablero de valor posicional. Esto lo puede percibir el estudiante al observar las cantidades escritas en la pizarra virtual.

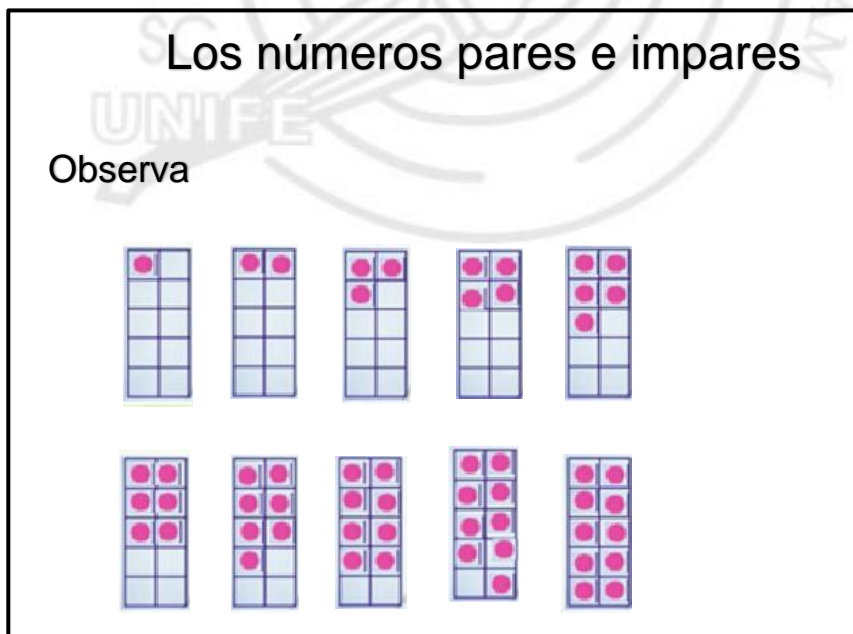
En otros tipos de ejercicios los estudiantes pueden utilizar algunas estrategias que con anterioridad han aplicado para resolver operaciones como se refleja en la siguiente evidencia..

Tiene 5 y si a 5 le sumas 1 ya sería par, pero si le falta 1 entonces sería impar. (EST-02)

El estudiante a partir de la observación de la imagen que se puede observar (figura 2), procede a intentar definir lo que es un número impar y par debido a como se agrega un círculo en cada tablero.

Figura 2

Tablero de 10 - Recurso docente OBS-20-05



El estudiante visualiza que hay un círculo y que en el cuadrado de lado se encuentra vacío, en esta situación se muestra a un número impar, en el caso que si hay un círculo al lado de otro círculo sería un número par, esto percibe el estudiante al observar y puede nombrar los números pares e impares menores de 10, asociando el término par a elementos de su entorno.

Ante un planteamiento de un problema el estudiante realiza la lectura para darse cuenta en que consiste la situación problemática que debe resolver de forma abstracta siendo un nivel superior de razonamiento.

Se presenta el problema que podría tener varias respuestas debido a las preguntas que la docente realiza para investigar si el estudiante logra comprender el enunciado, en el hallazgo siguiente se puede verificar este hecho.

La docente lee un problema, Blanca escribe un libro cada día, escribe 2 páginas si comenzó el día lunes ¿Cuántas páginas tendrá escrito el día Viernes, si cumple su meta diaria? (...) responde 6, otros niños dicen 10 y la docente brinda la palabra a un estudiante ¿Cuánto será? Y responde 10 páginas, nuevamente le pregunta ¿Cómo has hallado esa respuesta? he sumado de 2 en 2 cada día y se le vuelve a preguntar, y si fuera miércoles ¿Cuántas hojas habría escrito? y responde 6 y por último se le pregunta, si hubiera sido jueves, responde 8. (EST-10)

Con este hallazgo se visualiza como el estudiante ha logrado comprender el problema y utiliza la estrategia de sumar de dos en dos. Asimismo puede responder a nuevas preguntas que hace la docente a partir de un mismo problema.

La docente dice $50 + 4$ y respode 54. El estudiante agrega pero también podría ser $4 + 50 = 54$. (EST-16)

Otro estudiante expresa $54 - 4$ es 50, $54 - 50$ es 4. (EST- 04)

Manifiesta que 20 más 1 es igual 21, la docente le dice que nombre otra operación y expresa 1 más 20 es igual a 21 es la familia de la adición, la familia de la sustracción es 21 menos 1 es igual a 20, 21 menos 20 es igual a 1.(EST-10)

Las estrategias que utiliza el estudiante le va a permitir adquirir esa agilidad debido a esa representación mental de las acciones concretas que ha realizado anteriormente con el uso del material concreto para lograr la comprensión del procedimiento del cálculo. Es decir el estudiante utiliza los sumandos y obtiene un resultado, luego plantea con esos mismos elementos de la suma a una sustracción expresando que es una familia de números de adición y sustracción como se evidencia en el hallazgo anterior.

En estas expresiones matemáticas se puede visualizar el cálculo mental que realiza los estudiante con cantidades de tres cifras, así como el lograr expresar que parte ha sumado y se puede verificar en el hallazgo.

He sumado solo las decenas (EST- 10)
 $355 + 100$. es 455 (EST-15)
 $400 + 55$ es 455 (EST-21)

La expresión verbal dentro de las matemáticas es muy importante porque puede transmitir sus resultados y explicar el proceso que a realizado para resolver una situación problemática o una operación simple, el estudiante requiere desarrollar un vocabulario matemático que va ir adquiriendo dentro de un proceso de aprendizaje cuando se encuentra en contacto con los números a través del uso de material concreto o de un problema y se puede percibir en el siguiente texto.

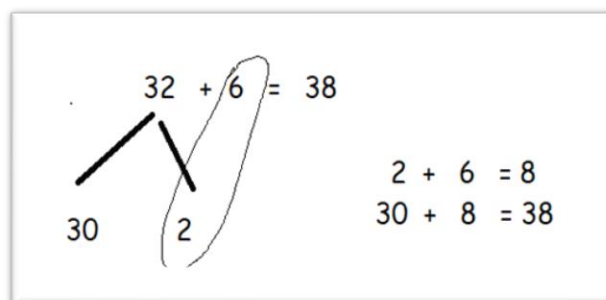
La docente lee un problema, en la granja había 32 lechones. Hoy han nacido 6. ¿Cuántos hay ahora? Los estudiantes responden al mismo tiempo 38, se le brinda la palabra aún estudiante y dice miss es 38. ¿Para hallar la respuesta que has realizado? responde, solo he realizado la suma del 2 con el 6 y me olvide del 30 un poco, 2 más 6 es 8 y si lo sumamos con 30 es 38, que ha sido más rápido. (EST – 06)

El estudiante ante las dificultades de no contar con cámara, ve la necesidad de utilizar el lenguaje matemático para expresar cada uno de los

pasos que está realizando para que la docente pueda escribir de forma digital en la diapositiva su respuesta. (Figura 3)

Figura 3

Ejemplo de la representación mental de un estudiante (EST-06)



En un nuevo ejercicio la estrategia de la descomposición de un número para sumar las decenas y luego se agrega las unidades, se puede observar que el estudiante le va diciendo a la docente lo que debe ir realizando para hallar la respuesta de la suma de 18 más 40 como se puede ver en la siguiente evidencia.

Descomponer el 18 en 10 y la docente escribe 10 y 8, ahora que más tengo que hacer, 10 más 40, la docente expresa ¿Sumo las decenas? ¿Cuánto es? 50 y ahora que hago, 8 más 50 (...) es 58 (EST-12)

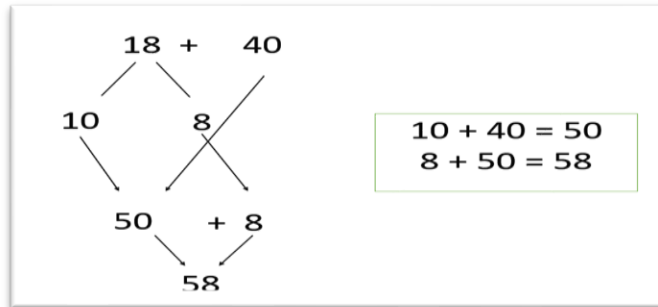
Esta operación se puede graficar de la siguiente forma para comprender mejor lo que el estudiante ha representado mentalmente y que ha tenido ahora que expresar de forma verbal para que otra persona pueda escribir en la diapositiva como resolver la operación, todo esto se realiza desde la virtualidad en las clases sincrónicas. (Figura 4)

Ante el estado de emergencia sanitaria y al no contar con algunos materiales concretos, así como los equipos de cómputo no estaban óptimos como la cámara, entonces los estudiantes tenían que explicar sus respuestas de sus operaciones y para comprobar que ellos mismo lo habían resuelto sin apoyo

de sus padres se les tenía que hacer varias preguntas para verificar su aprendizaje, es decir tenían que utilizar todo lo aprendido del año anterior.

Figura 4

Ejemplo de la representación mental de un estudiante. (EST-12)



En los ejercicios de operaciones de sustracción con reagrupación los estudiantes tienen que expresar según su ubicación la cifra dentro del tablero de valor posicional y lo que realiza de forma mental, expresando su lenguaje matemático.

Una sustracción es restando o sea tienes que por ejemplo quitarle a un número, el número que te pide allí por ejemplo a 3 le quitas 2 te queda 1 y pones el resultado eso es como una sustracción. (EST-14)

Un sustraendo es como decir, que, si tú vas a hacer una resta, dice que le quitas 3, que le quitas al 3 un 8, eso no funciona, así que le agregas un 1, 1 más le agrega. Tienes que mirar las decenas, le ayudan, le dan una decena para que tengan ya 13 y recién le pueda quitar 8. (EST-17)
Lo que hizo fue reagrupar. (EST-24)

Para resolver esta operación se ha realizado con la participación de tres estudiantes donde se inicia con la comprensión de lo que debe hacer para empezar a resolver, luego el siguiente participante expresa el análisis que hace y se da cuenta que no se puede resolver, es entonces que toma una decisión de observar la ubicación de las decenas y que debe desagrupar una decena agregándole a las unidades, por último, este proceso que hizo para dar respuesta se llama reagrupar. (Figura 5)

Figura 5

Representación mental de un estudiante utilizando la reagrupación

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{2}13 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

4.1.2 Subcategoría 2: habilidades matemáticas y manejo algebraico

En esta subcategoría se le presenta a los estudiantes un video donde se observa la secuencia de números y hay que hallar el último número, ahí se puede visualizar la estrategia que utiliza el personaje para hallar la incógnita. Luego partiendo de esta observación a los estudiantes se les hace algunas preguntas como se detalla en la evidencia.

La docente pregunta ¿Qué es una secuencia? (...)

Dice que los números son entre sí una relación. (EST- 21)

Es una sucesión de números (EST – 04)

Orden de números (EST- 12)

La docente solicita que repita el estudiante lo que dijo su compañero anterior y dice la secuencia es cuando cuento los números del 1 al 20 (EST – 24)

El estudiante para continuar una seriación hace una comparación entre los números para luego inferir cuál sería el siguiente número que falta en la secuencia, buscando el orden para que la seriación se pueda completar. Es importante que comprendan lo que observan, expresan y lo que entienden, esta situación ayuda al docente para saber en que nivel se encuentra en sus aprendizajes el estudiante, por tal motivo se le solicita que repita lo que a dicho el compañero y podemos decir que expresa su propia comprensión de lo que ha entendido.

La docente pregunta ¿si habría un patrón donde pueda haber suma y resta?, dice si se puede, si se sigue un patrón (EST – 21)

Dice que si se puede ser más 3, menos 3, más 3, menos 3. Ahora le pregunta ¿podría ser menos 3 más 5, menos 3, más 5? es un ejemplo, podría ser. (EST – 04)

Asimismo, otro estudiante responde, que si podría ser un patrón numérico de suma y resta, si tengo uno y le sumo uno más sería dos y si le resto uno menos son uno, si hay un cinco, suma, resta, suma, resta. (EST – 16)

En la sesión de clase sincrónica los estudiantes ante la pregunta de la docente que puedan brindar una idea del concepto de patrón uno de los participantes lo define de la siguiente manera.

El estudiante dice, un patrón es como una secuencia para encontrar un número oculto, no solo puede ser un número también puede ser una cosa, una persona, un animal, una planta o una figura, etc. (EST-16)

Se puede definir a un patrón como el orden de números que tienen una relación entre sí y en caso un número pueda faltar dentro de ese orden tendría que realizar el estudiante una comparación para encontrar la relación que pueda existir entre ellos.

Expresa que es una línea de números que va siguiendo una secuencia (EST 04), (...) un estudiante le pregunta a la docente si estamos en el patrón (...), la profesora pregunta ¿Qué es un patrón? dice, que un patrón es un tipo de cosas que se repiten por ejemplo, de colores rojo, verde, azul, rojo, verde , azul ese es un patrón, se puede hacer por calles, por todo. (EST – 06)

El estudiante verbaliza un patrón que no es numérico pero sigue una condición que es la repetición de tres colores alternándolos, siguiendo una secuencia, brindando otras opciones que puede ser calles, es decir tal vez nombrar algunas calles y repetir los nombres, pero cuando dice por todo se encuentra generalizando y haciendo predicciones de lo que puede ver en un futuro dentro de su entorno.

Luego lee un ejercicio y que observen al niño. Analiza las flores que agrupo Marco, dice que Marco tiene una flor, luego 4 flores y luego 7 flores. Ahora pregunta la docente ¿Aumentó o disminuyó la cantidad de

flores? (...) dice que ha aumentado de 3 en 3 y que todas las flores suman 12. (EST – 15)

En la expresión que realiza el estudiante claramente se puede percibir que no solo se queda con haber hallado el patrón, si no realiza esa comparación entre números y logra comprender que va en aumento en este caso de 3 en 3, además va más allá de lo solicitado en el ejercicio es decir el total de flores que tiene Marco.

4.1.3 Subcategoría 3: habilidades matemáticas y visualización espacial

La visualización espacial es una habilidad cognitiva que se va a conseguir a través de la práctica y la percepción de los objetos o figuras de su entorno y es importante desarrollarlo.

En la presente expresión se podría considerar la percepción que tiene el estudiante al visualizar la ubicación espacial de los números dentro de un tablero de valor posicional y analizar si a variado su posición al momento de realizar una operación o un cálculo mental, esto implica que debe conocer donde se encuentra las unidades, decenas y centenas.

La docente les pide a todos que observen que ha ido cambiando (...) se le pregunta ¿En las unidades ha variado? y dice que no; ¿En las decenas ha variado? y responde que no. (EST – 04)

Se le puede considerar un primer inicio transcendental en el estudiante en visualizar diferencias de posición de un número dentro de un tablero que tiene ya establecidos espacios para colocar dichos numerales.

Pero debemos considerar que no solo se queda esta habilidad ahí, por el contrario recién se va a desarrollar con más profundidad cuando se utilizan figuras e identifican los movimientos que puedan variar su posición como lo podemos percibir en el siguiente diálogo.

Profesora: (EST-16), ¿Dónde tengo que dibujar dos semicírculos, dos triángulos, dos cuartos de círculo, en el ejercicio B?

(EST-16) Dos semicírculos, dos triángulos y dos cuartos de círculo, si veo bien parece que esta mal.

Profesora: Esta mal, pero tengo que hacer líneas (...)

(EST-16): Ahí dice hay dos cuartos de círculo y ahí no hay ningún cuarto de círculo.

Profesora: No hay cuarto de círculo, por eso nosotros tenemos que dibujar las líneas, ¿Qué es lo que podría dibujar más rápido?

(EST-16): cuarto de círculo, porque ahí dice dos cuartos de círculo, aca no hay cuarto de círculo.

Profesora: No hay cuarto de círculo (...)

(EST-16): También no hay (...) solo hay un semicírculo.

Profesora: Solo hay un semicírculo.

(EST-16): Miss creo que parece un gato.

Profesora: Parece un gato ¿verdad? entonces ¿Dónde puedo dibujar los triángulos? ¿Dónde se puede hacer la línea para que forme triángulos?

(EST-16): Miss arriba

Profesora: (...) salieron los dos triángulos, (...)

Profesora: ¿Dónde puedo colocar una línea para hacer dos semicírculos?

(EST-16): En el círculo.

Profesora: En el círculo, ¿Puedo hacerlo así?

(EST-16): Puede hacerlo de dos maneras. Puede ser de manera vertical o de la manera horizontal, horizontal, vertical.

Profesora: (...), entonces si hay alguien que hizo su división así, está muy bien, y si hizo esa recta en forma horizontal.

(EST-16): Horizontal, diagonal o vertical

Profesora: Así (...) tenemos dos semicírculos

(EST-16): De nuevo, otra vez

Profesora: (...) ¿Dónde, arriba o abajo?

(EST-16): Abajo, en el círculo, en los dos semicírculos, abajo.

Profesora: ¿Dónde puedo hacerlo o se divide?

(EST-16): Una línea en forma vertical.

Profesora: vertical, ¿Así puedo hacerlo?

(EST-16): Si, pero otro más arriba (...)

(EST-16): Parece (...) dos cuartos de círculo, si solo son dos.

En el siguiente contexto se hace proyectando la imagen de su libro de trabajo que se a colocado en la pizarra virtual Jamboard es ahí donde se genera el diálogo. Ambos protagonistas de dicha actividad deben utilizar sus propios recursos para realizar el propósito, es así como el estudiante usa su lenguaje matemático para dirigir a la docente quién lleva delante la sesión de lo que debe ejecutar en dicha imagen, y asimismo la profesora requiere hacer las preguntas

pertinentes para lograr reafirmar el objetivo que es reconocer las figuras del círculo, semicírculo y triángulo en sus diversas formas que lo podemos encontrar o dibujar.

Cuando el estudiante logra ubicarse en el espacio va a sentir seguridad y puede moverse con esa libertad en diferentes contextos de su vida cotidiana, es ahí donde se puede observar el desarrollo de la percepción visual y del desplazamiento de objetos, figuras dentro de un espacio, buscando las relaciones que pueden tener entre sí.

En algunas actividades matemáticas el estudiante debe realizar el orden de los números de forma ascendente y descendente, donde se utiliza cantidades que puede ser tal vez sencillo, es decir porque hay numerales de 0 a 9 con 3 dígitos para ordenar dentro de 5 cantidades. Pero cuando se utiliza 3 dígitos con sus diversas combinaciones formando algunas cantidades y hay que ordenarlas, esta situación puede ocasionar en el estudiante que aún no desarrolla su percepción visoespacial podría tener cierta dificultad en ordenar cantidades de mayor a menor o viceversa como se puede apreciar en la siguiente evidencia.

La docente presenta tres tarjetas donde hay un número en cada una y se ha distribuido en 1, 7, 5 y hay que formar números. Los estudiantes nombran lo siguiente: 751 (EST-20); 571, 517 (EST-11); 751, (EST-16); 175 (EST-21); 175 (EST-06); 157 (EST-15), 751 (EST-09). La profesora dice aquí hay 6 números y que deben ordenar de mayor a menor. ¿Cuál será el número mayor? Le pregunta a un estudiante (EST-05) ¿Cuál será? No responde, luego dice no ve debido a un problema técnico.

Otro estudiante responde, 751 es el número mayor, la profesora nuevamente hace la pregunta ¿Qué es 751 el número mayor o menor? responde que es el número mayor y que el número menor es 157 (EST-09) La docente interviene y expresa que ya se tiene ubicado el número mayor que es 751 y que el número menor es 157.

Un participante dice 517 (EST-18) la profesora dice después de 751, 517 ¿Cuál es el número mayor o menor? Responde, 715 ¿después

de 715 que sigue? dice el estudiante 517, la profesora dice ¿Después?
175,157 (EST -10)

Para ordenar los números deben tener algunas habilidades como hacer una comparación entre la relación de dos números para luego indicar el número mayor y el menor. Hay que mencionar también que se requiere tener desarrollado la orientación espacial para que logre ubicar el número en que posición se encuentra, así como cual es el valor posicional que tiene para hacer bien su comparación y que es muy importante para ordenar los números como en la evidencia presentado anteriormente.

En la evidencia se puede percibir que un solo niño no puede formar varios números con tres dígitos porque se tiene que tomar su tiempo para cambiar la posición de un número y se observa que algunos coinciden en la numeración. Luego siguiendo las indicaciones ahora debe ordenar de mayor a menor donde se ubica al inicio el número mayor de las seis cantidades y el número menor, lo que falta es situar los números que se encuentran entre el mayor y menor, en esa actividad se necesita que los estudiantes comparen primero las centenas, decenas y por ultimo las unidades. Esto permite que exista un análisis de cada dígito para culminar expresando el número que sigue en el orden solicitado.

En la siguiente evidencia se relaciona con la geometría, donde los estudiantes aplican el uso de su lenguaje matemático para indicar algunos elementos de una figura geométrica.

Miss el cuadrado y el rectángulo son algo parecidos pero no son iguales, con dos cuadrados es un rectángulo (EST -15)

La profesora pregunta ¿En qué se parece el cuadrado y el rectángulo?
(...) Que tienen los dos, cuatro lados (EST- 01)

La profesora dice (...) cuatro lados, pero ambos tienen una diferencia
(...) ¿Cuál es esa diferencia? responde el estudiante largo y ancho

El rectángulo tenía cuatro lados pero unos son pequeños y otros son grandes. Y el otro es que el cuadrado está con el mismo tamaño de cada

lado. También el rectángulo no es mediano como se ve, es más largo (EST- 17)

En el texto anterior se puede interpretar que el estudiante reconoce las figuras geométricas porque nombra cada una de ellas y a través de la observación puede comparar los elementos que la conforman, expresando el término lado, largo, ancho y como es el tamaño de esos lados. Asimismo puede expresar las semejanzas y diferencias que tienen ambas figuras geométricas.

En la siguiente evidencia se puede interpretar que los estudiantes utilizan dentro de su vocabulario matemático algunos elementos de la geometría.

La profesora (...) pregunta ¿Qué pasa con el círculo?

Miss el círculo tiene curvas, tiene bordes (EST-12), tiene una circunferencia (EST-09)

En un nuevo contexto la profesora presenta una imagen donde empieza a realizar algunas preguntas ¿Qué tipo de línea estará formando esa sogas que están que se quitan? Un estudiante expresa "línea recta" (EST-09) se describe la siguiente imagen que la sogas es como un círculo medio roto, nuevamente dice miss es horizontal, luego cambia su respuesta diciendo curva, curva, curva (EST-09)

Todas son figuras geométricas y el cuadrado y el rombo tienen semejanza por ahí que si volteas el cuadrado podrías hacer un rombo (EST-10)

La profesora pregunta ¿Cuántos ángulos tendrá el rectángulo?

responde 4, ¿Cuántos vértices? 4 ¿y sus lados? también 4 (EST-10)

Interviene otro estudiante y dice ese de ahí que tiene una línea media inclinada, (EST-16) Es un triángulo con una base curva (EST- 22) en base a la respuesta se hace una pregunta ¿Cuántas líneas rectas hay ahí? como respuesta dice 2 líneas rectas, 1 curva, se pregunta en la clase ¿Cómo se llamará? mostrando la imagen, los estudiantes hablan a la vez y se escucha un audio confuso. Participa un estudiante y expresa se parece el icono del Wifi. (EST- 16)

Los estudiantes se encuentran rodeados de figuras geométricas que pueden reconocer y relacionar sus formas con objetos de su alrededor, es por eso que es importante su comprensión y que en la evidencia se puede percibir que un estudiante según las características describe, relaciona el icono con el Wifi, partiendo de algunos elementos como dos líneas y una línea curva. En esta

pequeña descripción claramente es para comprender su entorno y se ayuda de otros elementos geométricos y que también hay que considerar los cuerpos sólidos que puede ser muy comunes en su contexto.

4.1.4 Subcategoría 4: habilidades matemáticas y análisis de datos

En la presente habilidad durante las clases sincrónicas, los estudiantes a partir de la observación empiezan a analizar los datos numéricos y lo que representa cada uno de ellos. Se puede considerar a partir de una conceptualización aprendida anteriormente para identificar lo que simboliza cada número como se puede apreciar en la evidencia.

Un estudiante expresa, porque en una clase anterior que nos mostro había que terminar siempre en par es 0, 2, 4 y 8 y 10 y ahí hay un 4 al final así que es número par (EST-06)

El estudiante hace una lectura del número de tres dígitos y al observar el número final puede determinar si es par e impar. La destreza de la observación es importante en el perfeccionamiento de esta habilidad porque debe analizar e interpretar lo que representa aquellas cantidades dentro de un contexto de información que brinda una situación problemática.

La observación ayuda a adquirir la información de forma más activa cuando se observa la cantidad de estudiantes que han asistido a clases, los gustos que tienen en deportes o en algunos productos alimenticios, los juegos preferidos dentro del recreo, todas estas acciones ayudan a realizar el análisis de cierta información que puede variar según lo que se quiere investigar al respecto.

Durante la clase sincrónica la profesora les plantea que deben llenar un cuadro de doble entrada que se había solicitado con anterioridad, donde van a escribir los tipos de postres, la palabra conteo y total, luego se hace la encuesta

entre los estudiantes escribiendo en el chat de Microsoft Teams su postre favorito, finalmente se hace el conteo colocando una rayita en los recuadros respectivos.

El siguiente texto nos puede evidenciar a partir de la experiencia de los estudiantes que hacen lectura de los datos para obtener la información. La evidencia es la siguiente:

La docente pregunta en el segundo grado B ¿Cuál es el postre que le gusta más ? responden (intangible) todos los estudiantes a la vez dicen helados. Nuevamente se pregunta ¿Cuál es el postre que menor cantidad tiene? torta helada.(EST- 19)

Los estudiantes observan los datos que se han registrado en el cuadro de doble entrada y observan las cantidades respectivas de cada postre que tienen su votación de preferencia, es por eso que pueden responder ante las preguntas de la docente, siendo importante considerar que el estudiante debe comparar cantidades y conocer que significa menor o mayor de una cantidad.

En esta nueva evidencia el tipo de análisis es muy significativo, tener con claridad los datos por cada grupo de deportes y que debe coincidir la cantidad de votos con la cantidad de personas que han elegido un tipo de deporte, para luego analizar la lectura de los datos que nos esta brindando cierta información como se observa en la siguiente evidencia.

La profesora nombra las cantidades obtenidas en la encuesta y estos son los resultados Vóley 3, futbol 12, basquet 2, Natación 9. Para verificar los datos se le pregunta al estudiante las cantidades que han obtenido cada uno de los deportes. ¿En vóley cuántos hay? y dice 3, ¿En futbol? responde 12, ¿En basquet? Dice 2, ¿En natación? 9, total hay 26. (EST – 12)

Según nuestros resultados. ¿Qué podemos decir del fútbol? (...), podemos decir que el deporte favorito es el fútbol (EST- 21) Otro estudiante expresa que el deporte favorito del 2do grado B es el fútbol (EST – 12)

¿Qué más podemos decir? Intangible. que a los niños les encanta el fútbol, que es el deporte más querido. (EST – 23)

Es importante considerar que no solo se debe quedar en analizar los datos, sino que hay que registrar la información obtenida a través de gráficos, las tablas haciendo una lectura visual de la información e interpretar los resultados.

4.1.5 Subcategoría 5: habilidades matemáticas y medición

La presente subcategoría no se puede visualizar en las diferentes clases sincrónicas debido a que la docente ha priorizado temas por el estado de emergencia sanitaria COVID-19 que se encontró viviendo el país en ese momento, y que tal vez pudo haber generado la falta de aplicación de esta habilidad.

Esta habilidad se puede desarrollar a partir de la experiencia y al inicio se utiliza medidas arbitrarias, para luego pasar a las unidades de medida convencionales con algunos instrumentos para obtener una cantidad como la balanza, el centímetro, reloj, etc.

Se logra desarrollar esta destreza cuando ha logrado comprender la noción de número y que una medida se representa con una cantidad, como medir el peso, capacidad, longitud, tiempo y superficie.

4.1.6 Subcategoría 6: habilidades matemáticas y uso de herramientas matemáticas

Los estudiantes para resolver sus operaciones matemáticas requieren de herramientas para comprender y resolver un problema.

El tablero de valor posicional es una herramienta que permite al estudiante ubicar una determinada cantidad para realizar una operación de adición, sustracción o multiplicación y obtener una respuesta. En la siguiente evidencia se puede notar que no solo se puede usar para realizar operaciones

matemáticas como se puede apreciar y que es lo más común, pero en este caso se utiliza para ubicar los números para después realizar un análisis comparativo iniciando por las unidades, luego las decenas y por último las centenas para diferenciar el número mayor y el número menor (Figura 6) siendo una estrategia que el estudiante puede utilizar como se observa en lo siguiente:

La profesora muestra los números en el tablero de valor posicional e invita a observar la diapositiva y pregunta ¿Qué es el número 803? dice que el número mayor es 803, (EST-18) y se le pregunta a un nuevo estudiante ¿Cuál es el número menor? y dice 575, luego lo cambia a 577. Ese número es menor a comparación de ¿ 803 o 592? responde que es 592 (EST-27)

Figura 6
Representación de la comparación de cantidades.

C	D	U
8	0	3
5	7	7
5	9	2

Al observar esta imagen el estudiante empieza a realizar la comparación en la columna de las centenas y puede identificar que el ocho es mayor que el cinco, es decir que entre las tres cantidades el ochocientos tres es el número mayor. Luego para seguir con la numeración que sigue para ordenar las cantidades analiza nuevamente la columna de las centenas y ambas cantidades empiezan con el cinco, entonces tiene que pasar a la siguiente columna donde se encuentra las decenas y el nueve es mayor que el número siete, entonces para responder a la pregunta que hace la profesora ¿Cuál es el número menor? su respuesta es el quinientos setenta y siete. Usando esta estrategia el estudiante puede hacer un mejor análisis en el tablero de valor posicional para

identificar el número mayor o menor para luego ordenar según indique la consigna de su trabajo a realizar en la clase sincrónica.

Es importante considerar cuando se observa un dígito en una posición ese mismo dígito expresa una cantidad según su ubicación dentro del tablero de valor posicional. El estudiante debe lograr comprender no solo su ubicación sino lo que representa cada una de esas ubicaciones.

En la siguiente evidencia se puede percibir el uso de la herramienta del tablero de valor posicional para dar respuesta a la pregunta.

Ante la consulta de la profesora se observa la imagen, la estudiante responde que Carla nuevamente se pregunta ¿Cómo te has dado cuenta? ¿Qué has hecho para saber que Carla tiene menos fichas? La profesora le pide que diga lo que ha realizado la estudiante y responde ¿Cómo? Se hace una repregunta ¿para decir que Carla tiene menos fichas? Responde “porque tiene más centenas” (EST -23) (...), la profesora reafirma que la estrategia que ha usado es observar las centenas.

La estudiante logra identificar quien tiene menos fichas y que importante es la acción que realiza la profesora al preguntar a la estudiante acerca de los pasos que ha realizado para dar respuesta este ejercicio hace que la estudiante puedan ser más conscientes del proceso mental que ejecuta para resolver un problema.

Dentro de las herramientas matemáticas se encuentra el uso del tablero de la decena que nos ayuda para realizar una suma o sustracción con un dígito, utilizando la estrategia de contar a partir de una cantidad y se continúa hacia adelante. La herramienta ayuda al estudiante a visualizar mejor la cantidad de puntitos que se puede ver a través de una herramienta manipulativa digital para introducir la conceptualización de un número par e impar que se parte desde lo básico.

La profesora utiliza una pizarra digital para escribir la operación $45 + 32$ y la estudiante va a dictar lo que tiene que escribir para resolver la operación utilizando los números conectados con la estrategia todo - parte - parte, donde se utiliza la descomposición en decenas como se puede ver en el siguiente diálogo:

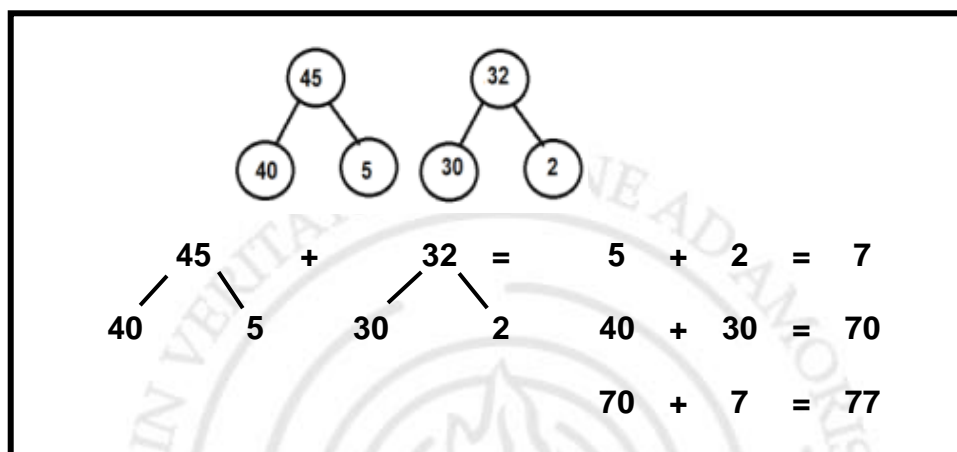
(EST -04): Miss descompone el 45
Profesora: El 45, muy bien voy a descomponer aquí están mis flechitas que me van a ayudar, y ¿En cuánto voy a descomponer?
(EST -04): Miss en 40 y 5
Profesora: En 40 y en 5, muy bien, (...)
(EST -04): Se queda en silencio por un momento
Profesora: ¿Ahora que debo hacer? ¿sumo las unidades?, ¿las decenas primero?,
(EST -04): Miss sumo el 5 y el 2
Profesora: El 5 y el 2 muy bien, entonces vamos a sumar las unidades, ¿Cuánto es? 5 más 2
(EST -04): 7 miss
Profesora: 7 muy bien, ya sume las unidades ¿Ahora que debo hacer?
(EST -04): Miss ahora tienes que sumar el 40 más el 30 y te sale 70
Profesora: Muy bien, ahora sumo las decenas que es 40 más 30 y ¿Es igual a?
(EST -04): 70 miss
Profesora: 70 ¿Y luego?
(EST -04): Miss ahora sume 70 con el 7 y te sale 77.
Profesora: Muy bien, (...) 70 más 7 es 77.

En el diálogo se puede apreciar el uso de la herramienta matemática de números conectados para resolver una operación de adición, usando la descomposición tal como se visualiza en la figura 7, según la estudiante conforme dictaba la profesora empieza a escribir en la pizarra digital. Es importante considerar que la estudiante hace un proceso mental para lograr dirigir lo que debe hacer la otra persona y pueda escribir el resultado de dicha operación. Hay un momento del diálogo que se queda en silencio la estudiante, es posible que se encuentre estructurando el orden partiendo del gráfico que llegó a expresar sin dificultad la descomposición en decenas para luego pasar a reagrupar las unidades y la suma, después las decenas y finalmente concluye

realizando la adición del resultado de las unidades más las decenas hallando el total de la operación. Mientras más practique el estudiante este tipo de ejercicios usando esta herramienta matemática logrará con el tiempo desarrollar el cálculo mental.

Figura 7

Representación que realiza la maestra a partir de la expresión del estudiante



Cuando los estudiantes tienen que realizar algunas operaciones de adición o sustracción y observan que al momento de sumar se excede a la decena debe reagrupar, lo mismo sucede cuando se va a resolver en la sustracción y que el minuendo es menor que el sustraendo se debe reagrupar en las unidades o decenas según sea la necesidad, con esa estrategia los estudiantes logran utilizarlo para solucionar sus operaciones matemáticas para resolver un problema y se puede evidenciar en lo siguiente:

La docente pregunta ¿En qué momento se debe reagrupar?

- Miss cuando el minuendo es menor que el sustraendo. (EST – 04)

Nuevamente se pregunta ¿La forma de reagrupar en la sustracción es igual en la adición? Un grupo de estudiantes responden que es casi igual.

-Luego un estudiante expresa, que la sustracción es diferente de la adición. (EST–12) ¿Porque en ambos casos hemos hecho reagrupación, es igual? Miss que la sustracción va por la izquierda y la adición va por la derecha. (EST – 04)

En cuanto a las expresiones de los estudiantes para responder las preguntas que realiza la profesora se logra evidenciar que identifican el uso de la reagrupación en la adición y sustracción así como en qué momento se debe aplicar dicha acción. Es una estrategia que los estudiantes requieren una mayor atención y colocar lo que reagrupa en la columna que corresponde en ambos casos sea la suma o resta, donde se coloca en el caso de la suma va hacia la izquierda lo que debe agrupar, en el caso de la sustracción va hacia la derecha cuando es para desagrupar para aumentar y lograr sustraer la cantidad.

La profesora hace una serie de preguntas ¿Cuántos tengo que tachar en las unidades?

(EST-17) :responde 2

Profesora:nuevamente pregunta ¿En las decenas?

EST-17) :responde 4,

Profesora: ¿En las centenas?

EST-17) :dice 1.

Profesora: Ahora 3 menos 2 ¿Cuánto es?, ¿Cuánto me ha quedado?

EST-17) :dice 1

Profesora: ¿En las decenas?

(EST-17): 0

Profesora: ¿En las centenas?

(EST-17): 2

Los estudiantes a partir de su experiencia al realizar algún ejercicio matemático pueden dar cierta definición del término reagrupar, donde se puede mostrar lo que comprende y como es su perspectiva frente a lo que percibe evidenciándose en el siguiente comentario.

El estudiante define que reagrupar es como que agrupas más números, reagrupas los números arriba (...) no se podían poner ningún dato arriba mientras baja más números (audio entrecortado) (EST-17)

No tiene que haber una reagrupación en una sustracción porque tendrás que reagrupar más números. (EST-17)

Otro estudiante dice: Miss la sustracción sin reagrupación significa que no juntas. porque ahí restas miss no sumas. No juntas los números porque ahí te pide que restes. (EST – 04)

4.1.7 Subcategoría 7: Habilidades matemáticas y estimación

En la siguiente habilidad de estimación durante las clases sincrónicas no se logra evidenciar que los estudiantes apliquen aproximaciones o que puedan estimar sin ninguna operación matemática, donde solo con la observación puedan expresar una cantidad o un resultado aproximado. Esto se debe a que algunos temas no fueron considerados para trabajar debido a la pandemia COVID- 19 y que tal vez podría haber limitado el uso de esta habilidad.

4.2 Método Singapur

Es un método que se encuentra basado en las teorías de Jerome Bruner, Zoldan Paul Dienes y Richar Skemp que se puede evidenciar en los hallazgos encontrados en las clases sincrónicas.

4.2.1 Subcategoría 1: Método Singapur y enfoque concreto

Al inicio de la pandemia en el año 2020 y al entrar a un nuevo sistema educativo virtual los docentes y estudiantes se tuvieron que adaptar a la nueva enseñanza. Fue un reto para quienes enseñaban el curso de matemática, ya que se requiere de una serie de materiales concretos y de una pizarra para ejercitar algunas operaciones en este nivel de primaria. A través de la cámara se podía visualizar lo que algunos estudiantes podían realizar y la gran mayoría no contaba con cámaras habilitadas. Es importante considerar que en los primeros grados se requiere de un apoyo en el aprendizaje de la matemática con cierto material concreto o manipulativo. Es decir, los conceptos matemáticos se van a originar cuando se establecen relaciones entre los objetos y esto se desarrolla cuando hay un material concreto en el aprendizaje del estudiante.

En las clases virtuales no contaban con su material de base 10 o multibase, ya que se encontraba en la escuela, así que tuvo que utilizarse de

forma impresa y que los padres de familia debían facilitarles a sus hijos dicho material, pero el tamaño era muy pequeño no permitía una buena manipulación.

En una sesión de clase se logra percibir que un estudiante se encuentra utilizando base 10 o multibase, porque mientras lo utiliza va verbalizando lo que cuenta a través de la manipulación.

En la grabación se escucha que el estudiante (EST-21) está contando ficha por ficha.

La profesora pregunta, ¿Qué número se ha formado? se escucha que está contando las centenas y en las decenas cuenta de 10 en 10 y dice 840. (EST-24)

En la actividad presentada el estudiante identifica el valor que tiene cada ficha que se encuentra manipulando, asimismo va haciendo cálculo mental a través de la adición para que después pueda agrupar en decenas y centenas y obtener una sola cantidad.

En los siguientes comentarios que son evidencias de los estudiantes para resolver un problema se hace notar el uso de un material concreto que puede ser estructurado o no estructurado.

Para saber quién tiene menos pieza, yo puse todas las barritas (intangibles) y vi que Carla tiene menos. (EST -21)

En el patio del colegio juegan 17 estudiantes, si 5 son niñas ¿Cuántos son niños? Los estudiantes dicen en forma grupal que la respuesta es 12, la profesora dice que lo había escrito un estudiante en el chat, se le pregunta que para dar la respuesta ¿Qué ha realizado? Dice he restado, he quitado 17 menos 5. (EST – 24)

Los estudiantes a esta edad requieren apoyarse con algún material concreto para sentirse seguros de la respuesta que van a brindar, asimismo utilizan cualquier recurso cercano a ellos para empezar a resolver la operación matemática y se puede comprobar a través de esta evidencia.

¿Cómo será nuestra familia de operaciones? Dice yo he sumado con mis dedos, él se corrige y expresa, bueno he restado (EST -18)

Durante las clases sincrónicas los padres de familia acompañaban a sus hijos en las clases virtuales, ellos recién observan como son las clases del área de matemática y como se lleva a cabo la enseñanza. Claramente por momentos son ellos quienes dan las respuestas a sus hijos, pero la profesora es quien hace varias preguntas para lograr comprobar si el estudiante a interiorizado el tema.

4.2.2 Subcategoría 2: Método Singapur y enfoque pictórico

En la subcategoría el aspecto pictórico se va a representar de forma visual la información que el estudiante quiere dar a conocer a los demás, a través de dibujos que ha realizado haciendo uso del material manipulativo que facilita la herramienta digital de la pizarra Jamboard.

Figura 8

Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 02)

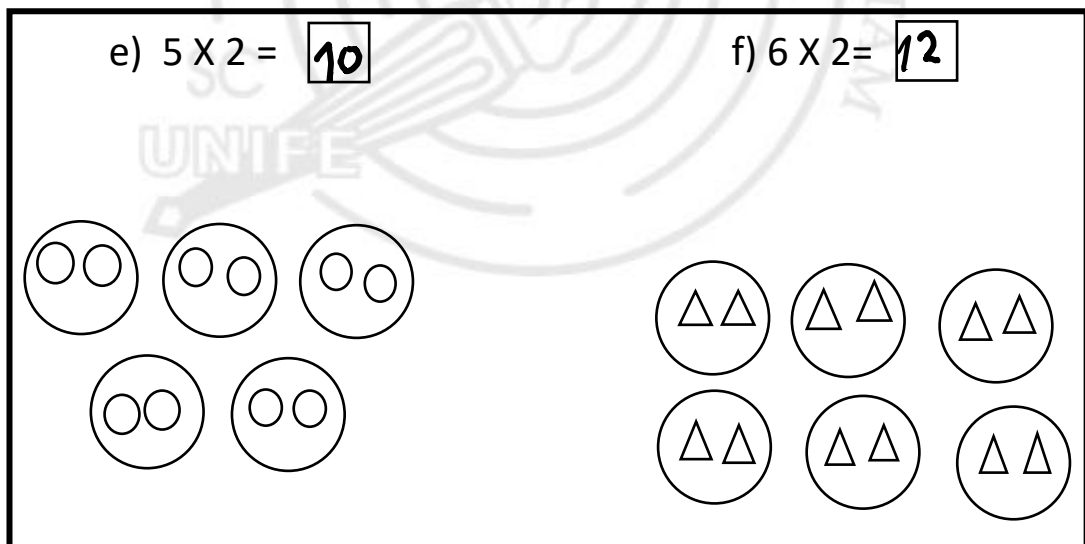
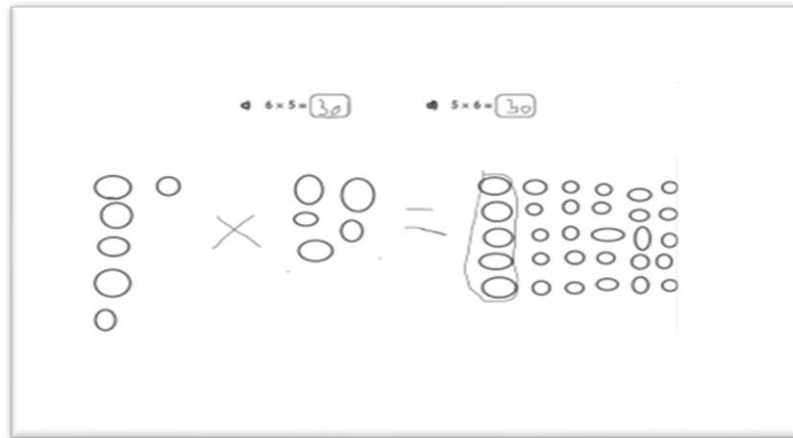


Figura 9

Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 30)



En la figura 8 se puede observar como el estudiante representa la operación multiplicativa que debe resolver formando la cantidad de grupos que indica la operación multiplicativa, en este caso es 5 y en cada grupo la cantidad que se repite varias veces, siendo 2 a diferencia de la figura 9, donde el estudiante representa la operación desde una percepción distinta el 6×5 , donde se coloca 6 círculos, el signo de la multiplicación y 5 círculos para posteriormente dibujar el signo igual y la cantidad de círculos que corresponde al multiplicar seis por cinco, siendo como respuesta 30. En este caso solo ha representado $5 \times 6 = 30$, pero no se percibe lo que significa la noción misma de la multiplicación, por el contrario, él ya tiene aprendido la multiplicación de forma abstracta. Mientras que el otro estudiante si conoce lo que implica la noción de la multiplicación en la repetición de una misma cantidad varias veces.

Figura 10

Representación pictórica de la multiplicación en Jamboard (EST – 24)

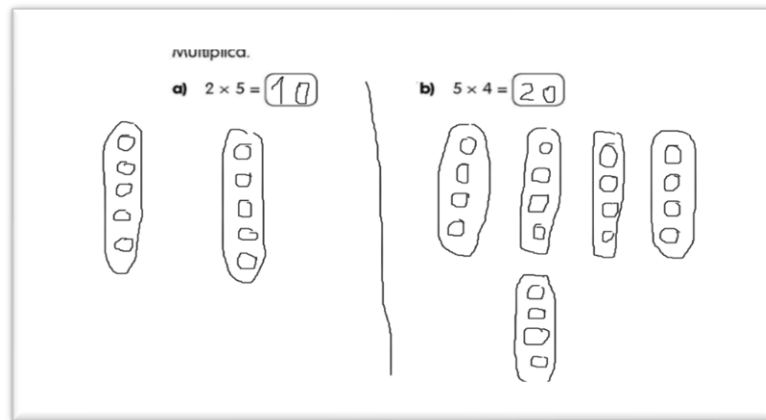
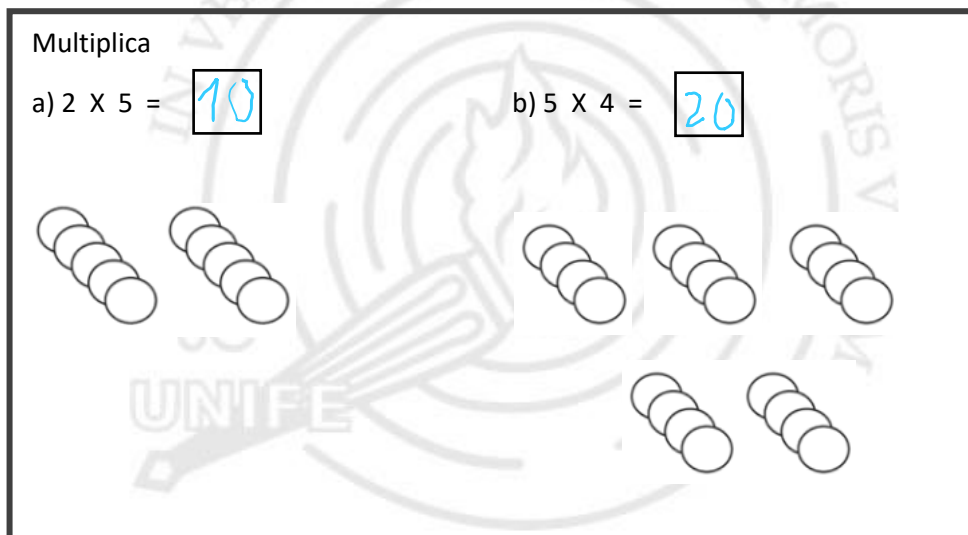


Figura 11

Representación pictórica de una multiplicación en Jamboard (EST – 15)



En la figura 10 y 11 en ambos los estudiantes tienen una forma de graficar de forma pictórica a través de la agrupación de 2 grupos y en cada uno hay 5 figuras para representar 2×5 , para finalizar escribiendo su respuesta de lo que ha obtenido. En ambas situaciones se refleja que el primer número indica la cantidad de grupos que se debe formar y luego el siguiente número es la cantidad que tiene cada grupo.

4.2.3 Subcategoría 3: Método Singapur y enfoque abstracto

La subcategoría de abstracción es un aspecto importante que todo estudiante debe lograr después de un proceso de aprendizaje porque es un nivel superior dentro del área de matemática. Debido al estado de emergencia y que no todos los estudiantes contaban con un equipo óptimo, ellos utilizaban como recurso su lenguaje matemático para expresar lo que deseaban dar a conocer y la docente pueda comprender el proceso mental que estaba haciendo, es por eso las continuas preguntas para lograr entender lo que el estudiante quería explicar de forma mental, lo que estaba realizando, para manifestar cómo había resuelto la operación. Claramente se puede percibir como argumenta el estudiante con las habilidades cognitivas que ha desarrollado. En la siguiente evidencia se puede percibir lo que se quiere dar a conocer sobre los cuerpos geométricos.

Los cuerpos redondos no tienen lados, aunque en el caso del cilindro la parte circular, su cara circular de arriba y abajo es plana (EST-25)
Que las pelotas son circulares gracias a que nos puede ayudar, gracias a eso nos puede ayudar a rodar. Es una esfera la pelota miss. Si tuvieran lados las pelotas sería como los dados. Porque tienen varias formas y aparte tienen una estructura diferente (EST-22)
Las figuras que tienen cuerpo tienen volumen y no son planas (EST -19)

Cuando el estudiante ha logrado comprender el concepto puede expresar con mucha seguridad de forma abstracta una serie de números y ello se va a fijar en la memoria a largo plazo como se puede apreciar en la siguiente evidencia.

El 10 es un par y el 8 también, el 6 y el 4 y el 2 son pares. (EST – 15)

Ahora puede ser la decena de 10 y unidades de 8 (intangible) 18 es 1 decena y 8 unidades cada uno está separado en decenas y unidades (EST – 17)

Aquí en esta evidencia se aprecia que de forma verbal puede hacer la descomposición en decenas y unidades de una cantidad determinada. En la siguiente presentación de la muestra se puede visualizar como el estudiante ya ha interiorizado el concepto de la adición.

La profesora dice que va hacer algunas sumas, y debe responder rápido 5 más 5 dice 10, 3 más 5 dice 8, 4 más 2 dice 6, 3 más 2 dice 5, 2 más 3 dice 5, 10 más 2 dice 12, 4 más 6 dice 10 (EST-15)

Aquí el estudiante aplica el cálculo matemático que utiliza la memoria a largo plazo y que le permite responder de forma rápida la suma de un dígito, mientras más practique sumas se guardará en la memoria a largo plazo.

Se puede evidenciar el proceso mental que realiza el estudiante al expresar como resuelve la operación matemática al momento de dirigir a otra persona de lo que debe realizar, esto se puede evidenciar en el siguiente diálogo entre la profesora y dos estudiantes.

Profesora: Muy bien
(EST -04): Y las centenas es 5
Profesora: Muy bien, luego
(EST -04): Y los de abajo es 1
Profesora: 1, ¿dónde? ¿abajo? ¿en qué columna?
(EST -04): Miss 1 en la centena
Profesora: a 1 en la centena muy bien y después
(EST -04): 4 decenas
Profesora: 4 decenas
(EST -04): Y 3 unidades
Profesora: Y 3 unidades, (...) ahora que tengo que hacer
(EST -04): Sumas, primero sumas las unidades
Profesora: Muy bien a ver dime
(EST -02): Yo ya se todas las respuestas de abajo
(EST -04): Es 8, miss 8
Profesora: 8 muy bien ¿y las decenas?
(EST -04): Es 5
Profesora: 5, 1 más 4 es 5 y luego
(EST -04): Miss 6 centenas
Profesora: 6 centenas, 5 más 1 es 6 muy bien
Profesora: A ver ayúdame primero suma (...) ¿cuánto será? 2 más 6
(EST -02): 8
Profesora: Bien, 4 más 2
(EST -02): 6

Profesora: 6, 3 más 0
(EST -02): 3
Profesora: 3, muy bien que número salió
(EST -02): 368

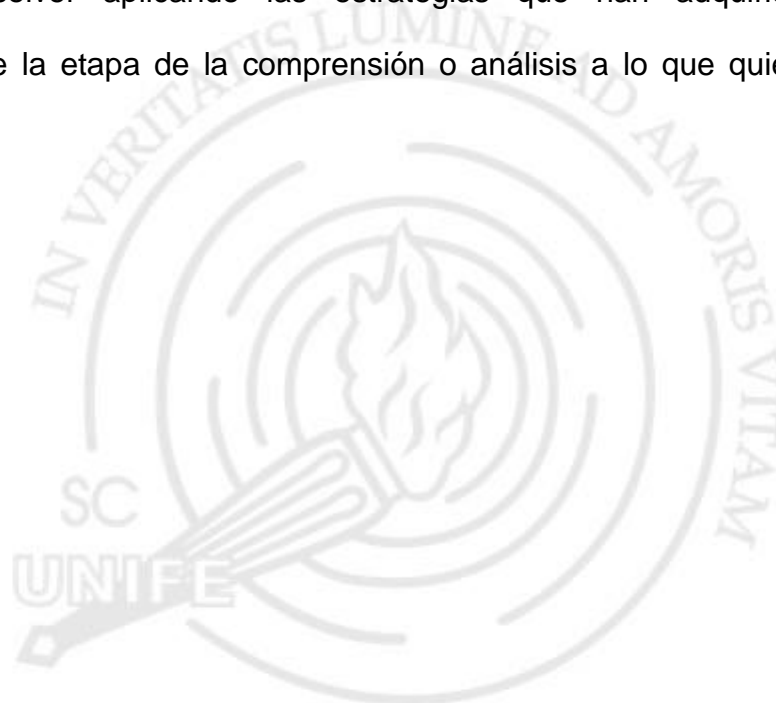
El estudiante a interiorizado lo que debe realizar para resolver la operación y muestra facilidad para dar las respuestas de la suma de un dígito y según el orden establecido iniciado por las unidades, para luego pasar a las decenas y terminar con las centenas. Todo este proceso le permite al estudiante lograr obtener el resultado de la operación.

Cuando se realizan operaciones al azar con los estudiantes de adición o sustracción, es muy importante ejecutarlo cuando los estudiantes han adquirido las nociones y el proceso que se realiza para hallar la respuesta. En la siguiente evidencia la profesora en la pizarra virtual del Jamboard tenía escrito el minuendo y con los dados virtuales se iba a colocar el sustraendo, se observa a los estudiantes muy emocionados por la conformación de los números que faltaba colocar en los ejercicios. Luego la profesora indica que se debe empezar a resolver y es ahí donde viene el siguiente diálogo:

Profesora: En el ejercicio Nro. 1 es 610 menos 632, pregunto ¿por dónde debo empezar a hacer mi operación?
(EST-09): Unidades
Profesora: ¿has observado algo en esta operación?
(EST-09): Si miss, el 1 con el 3 es muy alto
(EST-09): Las centenas tendrían que prestar a las decenas para que se convierta el 1 a 10
Profesora: se tendría que hacer lo de la reagrupación ¿verdad? y en ese caso el 6 ¿En qué número quedaría?
(EST-09): En el 5
Profesora: (...) a 5 le puedo quitar 6
(EST-09): No
Profesora: No, entonces ¿tú que piensas de esta operación? ¿podremos darle respuesta o no?
(EST-09): No (...)
(EST-09): Porque es (...) muy alto miss
Profesora: ¿Qué es muy alto el minuendo o el sustraendo?
(EST-09): El sustraendo

En la evidencia anterior se puede percibir que el estudiante al observar la operación no visualiza el minuendo y el sustraendo, de forma automática empieza a resolver. La profesora le hace una pregunta para que el estudiante se pueda dar cuenta si ha observado bien la operación, él manifiesta que sí y empieza a ejecutar la operación, recién al finalizar puede darse cuenta que no se puede resolver.

Los estudiantes cuando se sienten muy seguros de lo que han aprendido quieren resolver aplicando las estrategias que han adquirido y pasan rápidamente la etapa de la comprensión o análisis a lo que quieren dar una respuesta.



CAPÍTULO V: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo de investigación se muestra el análisis de los resultados a través de la explicación y fundamentación de los hallazgos encontrados en relación con los objetivos planteados. Asimismo, se realiza la comparación entre los hallazgos recogidos y el marco teórico en relación con la aplicación de las habilidades matemáticas que desarrolla el Método Singapur. Por otro lado, se hace una descripción en relación al enfoque del Método Singapur encontrado en las evidencias. A continuación, se presenta la discusión.

5.1 Categoría habilidades matemáticas

El Método Singapur desarrolla siete habilidades matemáticas en los estudiantes, que de forma regular han seguido una secuencia de actividades que tiende a resolver problemas a través de diversas estrategias heurísticas. En la investigación al observar las grabaciones de las clases virtuales se puede percibir que estas habilidades siempre están relacionadas entre sí. Asimismo, hay algunos temas que facilitan la aplicación y desarrollo de estas habilidades.

En la presente investigación no se logra visualizar dos habilidades que se relacionan entre sí, estas son medición y estimación, debido a que se tuvo que priorizar algunos temas dejando de realizar: medidas de longitud, tiempo, capacidad y peso. Al inicio se utiliza medidas arbitrarias y es ahí donde el estudiante logra realizar la estimación, ya que necesita de otras acciones como pensar en un número que pueda acercarse o aproximarse a lo que se solicita partiendo de la observación, para luego pasar al uso de las medidas convencionales.

Según Castro (2021) afirma que el “resultado de medir se expresa mediante un número y la unidad de medida” (p.159). Asimismo, Molina (2021, citado en Castro, 2021) que para enseñar la medición se requiere que el estudiante tenga algunos requisitos previos para su aprendizaje en este aspecto hay que considerar en primer lugar la experiencia en clasificaciones, estimaciones, seriaciones, así como la magnitud de medir considerando que se debe realizar a temprana edad en la cual pueda llevarlos a discriminar las magnitudes de las colecciones de objetos.

Las habilidades que se logra observar que aplican los estudiantes en las diversas clases sincrónicas con mayor frecuencia es el cálculo numérico donde a través del cálculo mental se logra ejercitar en diversos ejercicios que se inicia desde un dígito hasta llegar a la centena. La última fase es realizar operaciones de forma abstracta y que algunos estudiantes necesitan más tiempo para lograr este tipo de ejercicios como se puede percibir en los hallazgos en donde algunos estudiantes se quedan en silencio tomándose un tiempo para pensar para responder mientras que en otros casos no logran responder.

Justo de la Rosa (2015) refiere que los “procesos de razonamiento suponen el pilar sobre el que se construyen los procesos superiores que requieren de un alto nivel de abstracción” (p.81)

La adición y/o sustracción de unidades o decenas de forma mental es una estrategia para realizar el cálculo matemático y las propiedades de la adición, los estudiantes utilizan la familia de números, números conectados, descomposición de un número, aplicándolas como estrategia para resolver sus ejercicios matemáticos.

En los diversos hallazgos encontrados cuando el estudiante participa para resolver una operación o un problema, tiene que expresar el proceso mental que realiza para hallar su respuesta, dictándole a la profesora paso a paso los signos, cantidades, posición del numeral si fuera necesario, mientras ella escribe en la pizarra virtual o diapositiva de la sesión de clase para que puedan observar los estudiantes, y es ahí donde se aplica un lenguaje matemático usando el vocabulario aprendido el año anterior a la pandemia.

Defaz (2017) nos dice que “Los objetos matemáticos que no podemos percibir son los que podemos interpretar con el lenguaje matemático que es representacional y se convierte en instrumental cuando estas se refieren a palabras, símbolos o gráficas” (p.15)

La experiencia de un estudiante en el área de matemática le va a permitir que pueda descubrir los conceptos matemáticos después de haber adquirido estos conocimientos y procedimientos a través del uso de material concreto para resolver alguna situación problemática. Es importante puntualizar que los estudiantes que han adquirido un conocimiento matemático el año anterior lo han realizado con el uso de material concreto, ya que contaban con clases presenciales, de las cuales tenían siete horas a la semana destinadas al curso de matemática. Por eso, pueden comunicar a los demás lo que realizan cuando resuelven una operación o una situación problemática.

Para Defaz (2017) “El conocimiento matemático fortalece la capacidad de razonar, abstraer, analizar, discrepar, decidir, sistematizar y resolver problemas, además de lograr una formación básica y un nivel cultural que se evidencia en el léxico matemático utilizado como medio de comunicación entre personas”. (p.14)

El Manejo algebraico que es otra habilidad que los estudiantes utilizan, se ha percibido específicamente al realizar ejercicios de patrón numérico, donde requieren observar los datos, comparar cantidades, conocer acerca de lo que implica anterior- posterior de un número, conocer el orden de los números para completar una sucesión.

Castro (2021) define que la sucesión consiste en ordenar un conjunto de objetos manteniendo de forma regular un atributo a distinción de otros que se pueden usar para la comparación.

Al respecto Osorio (2012, citado en Cortez 2017) afirma que el estudio acerca de los patrones establece un buen desarrollo del pensamiento algebraico principalmente en los grados de nivel básico.

Los estudiantes cuando realizan un patrón y falta un número deben analizar los datos que observan para descubrir el dato que falta, donde pueden utilizar la estrategia de contar hacia adelante o de contar hacia atrás, los que han desarrollado mejor esta habilidad logran aplicar las nociones de adición o sustracción según lo requiera. En los hallazgos encontrados los estudiantes a través del diálogo con la docente expresa la ruta que realiza para hallar la respuesta, encontrando que entre los números hay una cantidad que se reitera de forma persistente y que lo comprueba, así como se esfuerza en explicar el concepto de patrón y de dar algunos ejemplos.

Osorio (2012, citado en Cortez 2017) se refiere en este aspecto que los estudiantes que aprenden acerca de los patrones estarían aplicando el razonamiento inductivo, que se inicia a partir de una numeración que tenga regularidad.

En Greatschools en su sitio web Zero to Three (2022) en un artículo de Pellisier refiere que “Los patrones ayudan a los niños a hacer predicciones, entender qué es lo que sigue, hacer conexiones lógicas y usar destrezas de razonamiento”.

Rojano (2010, citado en Cortez, 2017) afirma que:

La exploración de patrones y funciones que permitan al estudiante: descubrir, extender, analizar y crear diversos patrones; describir y representar relaciones con tablas, gráficas y reglas; analizar relaciones funcionales para explicar cómo un cambio en una cantidad provoca un cambio en la otra; y usar patrones y funciones para representar y resolver problemas (p,226) .

En los diversos hallazgos encontrados se puede percibir la necesidad de la visualización espacial para expresar e indicar lo que la docente debe realizar, haciendo una explicación del proceso mental que está realizando el estudiante para resolver una operación o una situación problemática, y en el caso de la geometría lograr describir la figura plana o el volumen de un cuerpo geométrico. A algunos estudiantes se les apoyo brindándoles ciertas pistas para que logren resolver el ejercicio, pero a pesar de ello, no todos lograban comprender a que figura o imagen se refería.

La visualización espacial para Herrera et al (2020), nos indica que le permite construir modelos mentales en los estudiantes, iniciando a través de imágenes, dibujos o descripciones que se encuentran en un mismo estado. Es importante considerar que esta habilidad se puede suponer que se a desarrollado, pero en la práctica docente se ha descubierto que hay cierta dificultad en la comprensión de la noción, para desarrollar esta destreza se

requiere de un proceso atractivo e interesante, que pueda experimentar con objetos reales y virtuales interactuando entre sí.

Esta habilidad requiere de algunos requisitos que el estudiante tendría que conocer, aplicar en su entorno en relación a su cuerpo con otros objetos o personas utilizando términos como: derecha, izquierda, arriba, abajo, dentro, fuera, al lado, delante, detrás, cerca, lejos, encima, debajo, etc. Estas expresiones se han evidenciado en los hallazgos que los estudiantes han utilizado para explicar el proceso que están haciendo para resolver el ejercicio propuesto por la docente en la clase sincrónica, asimismo en una sesión es la docente que le brinda la indicación a un estudiante que cuenta con cámara para que le pueda mostrar a sus compañeros la figura, utilizando las nociones espaciales para que pueda ejecutar el estudiante.

En la orientación espacial Castro (2021) lo define como conocer la postura que tiene un objeto quieto o en movimiento, incluyéndose uno mismo dentro de un determinado espacio. Se puede pensar también que la ubicación, que es otro elemento en las matemáticas, se refiere a localizar donde está el objeto, lugar o persona dentro de un espacio.

Es evidente que para la geometría en este nivel de primaria se requiere que tenga conocimientos previos de su espacio y ubicar algunos elementos dentro de una figura para que luego puedan dibujarlo, describirlo o compararlo con algún objeto de su entorno. Ruiz (2021, citado en Castro, 2021) opina que la geometría es aprender acerca de sus propiedades, características y las relaciones que se pueden establecer entre figuras de un plano o espacio. Un estudiante cuanto más conocimiento tenga acerca de los conceptos podrá

realizar una mejor descripción de un objeto, donde se pueden emplear algunos elementos de la geometría que son las líneas rectas, líneas curvas, el punto etc.

Al desarrollar esta habilidad de visualización espacial los estudiantes podrán desenvolverse en la geometría, que les permitirá potencializar las habilidades de razonamiento espacial y la resolución de problemas, donde nuevamente se presenta el lenguaje matemático como parte esencial que se debe desarrollar en el estudiante para expresar lo que observa y entender lo que está a su alrededor, es por ello la importancia de desarrollar el pensamiento geométrico.

Lo fundamental del estudio de la geometría según Maiti & Bidinger (1981, citado en Falconi, 2021) es considerar algunos lineamientos de su relevancia, como se presenta en lo siguiente:

- a) Potencia las capacidades del procesamiento de la información.
- b) Desarrolla destrezas de tipo espacial para comprender e intervenir en el espacio de su entorno.
- c) Ayuda a conocer y entender el planeta en la que habitamos.
- d) Desarrolla destrezas mentales de tipo de intuición espacial, integración de la visualización con la conceptualización, y la manipulación y experimentación con la deducción.

En este nivel de la primaria baja se inicia en el estudio de la geometría, identificando las figuras geométricas y sus atributos después de manipular algunos objetos cotidianos. Asimismo, en los niveles posteriores se va agregando algunas otras propiedades que van enriqueciendo el aprendizaje para desarrollar el pensamiento geométrico.

Una de las habilidades que se ha percibido de forma constante en los diversos momentos de las sesiones de clase, es el análisis de datos que se relaciona con la habilidad del uso de herramientas matemáticas, después de tomar decisiones para elegir la herramienta que pueda ayudar a resolver la operación matemática o una situación problemática propuesta en clase. Los estudiantes dentro de las sesiones sincrónicas han tenido que observar y analizar cada uno de los datos o imágenes, donde el estudiante debe extraer el dato. En los hallazgos se puede deducir que el estudiante para expresar el proceso que realiza para resolver los ejercicios matemáticos, necesita hacer de forma mental diversos análisis como comparar, ordenar, predecir e inferir etc. Es ahí donde la docente para estar segura de que no ha tenido intervención de algún miembro de su familia, hace varias preguntas y en base al ejercicio a resolver utiliza otros datos para comprobar si el estudiante comprende lo que está realizando dentro de ese proceso mental.

La lectura visual e interpretación de los cuadros de doble entrada, gráfico de barras y pictogramas permite que el estudiante pueda extraer la información que se quiere dar a conocer a través de las cantidades que representa cada imagen, para luego responder algunas preguntas de comprensión con respecto a la información.

Los procesos para realizar una lectura de gráficos, pictogramas Castro (2021, citado en Castro,2021) hace referencia al pensamiento básico donde hay algunas destrezas que se requiere como ordenar, clasificar, comparar, predecir e inferir, se aplican dentro de una recolección, interpretación y análisis. El proceso que siguen los estudiantes es recoger los datos y empezar a ordenar la

información dentro de un cuadro de doble entrada, para luego interpretarla y responder las preguntas que se le puedan plantear o que ellos se puedan cuestionar sobre sus resultados, obteniendo algunas conclusiones.

Dentro de las herramientas matemáticas, los estudiantes logran utilizar las que se les hace más fácil y que le permite lograr buenos resultados, es por eso que ellos toman decisiones para elegir la estrategia y la técnica a utilizar, como los números conectores, la tabla de valor posicional para resolver diversos tipos de operaciones o situaciones problemáticas. El tablero de valor posicional es el que se usa de forma frecuente para resolver operaciones de adición y sustracción, pero no solo en esas ocasiones, en los hallazgos se puede evidenciar que se usa también para comparar cantidades y logran identificar el número mayor o menor de una serie de cantidades propuestas, donde el estudiante empieza a analizar desde la columna de las centenas, luego pasa a las decenas o unidades si lo requiere para verificar.

Castañeda (2022) refiere que en textos de matemática en el nivel primario se puede considerar tres situaciones didácticas, donde se plantea el valor posicional que los estudiantes van a adquirir según el nivel educativo en que se encuentre, y se puede puntualizar estas situaciones en:

- a) Relacionar el valor posicional con el valor absoluto al componer o descomponer un número.
- b) Relacionar el valor posicional de los números con su descomposición para comparar los dígitos.
- c) Reflexionar acerca de la composición y descomposición de números en unidades, decenas, centenas y millares.

Para descomponer un número no solo se puede hacer a través del valor posicional, sino con el uso de los números conectados que también ayudan a descomponer un número conociendo el todo – parte - parte que se hace en sus inicios con material concreto para luego pasar a lo pictórico. Por último, pasar a lo abstracto, tal como se evidencia en los hallazgos encontrados en la investigación.

Barrera (2018) recoge el análisis de Reys *et al.*, 1999; Valencia, 2013 señalando que para ejecutar cálculos mentales es significativo encontrar las conexiones entre las cantidades, conteniendo agrupaciones, compensaciones o descomposiciones útiles para transformar la cantidad inicial y, de esta forma, aplicar con otros números que facilitan el cálculo. (p.126)

En los hallazgos encontrados en la investigación se observa que los estudiantes han aplicado las habilidades matemáticas que desarrolladas el año anterior, y que en el tiempo de pandemia se ha fortalecido y han adquirido nuevos términos para desarrollar su lenguaje matemático, así como a través de la expresión han explicado el proceso seguido para resolver una situación problemática o una operación matemática.

5.2 Categoría Método Singapur

La comprensión de los conceptos matemáticos se hace a través del enfoque CPA, que se basa en las teorías planteadas en la investigación y que en los hallazgos se puede observar que los estudiantes conocen reglas probablemente adquiridas de memoria, pero existe una comprensión relacional porque pueden lograr explicar a través del uso del lenguaje matemático cómo funciona. En las sesiones de clases sincrónicas se logra percibir que, para la comprensión de un concepto matemático los estudiantes han utilizado de lo

pictórico a lo abstracto como aprendizaje de un concepto que han aplicado, donde ellos han tenido que comunicar de forma escrita a través de la pizarra Jamboard, así como explicar y reflexionar sobre sus respuestas. El uso del material concreto no se observa de forma cotidiana en las clases, pero este método usa la estrategia concreto-abstracto o pictórico-abstracto, siendo este último el que se ha usado más durante las clases sincrónicas donde los estudiantes han aplicado sus habilidades matemáticas. Hay que considerar que los estudiantes cuando se encontraban en primer grado utilizaban una gran diversidad de material concreto para adquirir los diversos conceptos matemáticos, pero durante las clases sincrónicas se podía utilizar otro tipo de material que tal vez tenían en casa, pero debido a que no contaban con cámara, o sus equipos con baja señal de internet, tenían que desactivar para seguir en su clase, pero que se puede apreciar como lo estaban usando los estudiantes.

Para Castro (2021) el material didáctico en el uso a temprana edad es importante porque permite el aprendizaje de conceptos matemáticos y además motiva, creando un ambiente agradable de aprendizaje de las matemáticas donde se pueden dar algunas situaciones problemáticas.

La docente para realizar sus sesiones ha utilizado material manipulativo virtual como parte de su recurso didáctico para llamar la atención de los estudiantes, usando videos, diapositivas animadas, dados virtuales, base diez virtual y fichas virtuales de colores, siendo este último el que los estudiantes lograron manipular para mostrar la multiplicación.

Según algunas investigaciones, Castro (2021) sustenta que cuando los estudiantes utilizan material manipulativo en sus clases de matemáticas logran superar a aquellos que no manipulan, también se considera que en algunos

casos si el material manipulativo no tiene un verdadero fin o una secuencia de trabajo dentro de la clase, tampoco se puede garantizar el éxito.

En la clase sincrónica en el aspecto pictórico se introducen conceptos de forma visual que utiliza la docente como recurso didáctico, y que luego lleva al estudiante al aspecto abstracto para que pueda relacionar lo que ha conceptualizado. Es importante afirmar que nunca se trabaja un solo enfoque, siempre va de la mano con otro, es por eso que en los hallazgos siempre se ha iniciado las sesiones desde lo pictórico para luego pasar a lo abstracto, en algunas evidencias la docente hace hincapié al estudiante cuando no logra extraer la información, sugiriendo que vuelva a observar la imagen, es ahí donde el estudiante vuelve a observar para dar su respuesta y fundamentarla. (N, Guevara, comunicación personal, 19 de octubre de 2021) en el II Congreso del Método Singapur realizado en la ciudad de Lima de forma virtual, refiere que lo concreto y pictórico no es el objetivo dentro de un proceso de enseñanza, por el contrario se le considera como un recurso que conlleva a aprender y comprender los conceptos matemáticos, este aspecto conduce a lo abstracto. También se debe considerar que los teoremas geométricos de las representaciones concretas y pictóricas es una parte del razonamiento inductivo que se va a generalizar por medio del razonamiento deductivo y la relación que existe entre las propiedades.

Entonces el aspecto abstracto es un nivel más complejo para que un estudiante logre representar los símbolos y cantidades, ya que se requiere de la memoria a largo plazo para aplicar la evocación del proceso matemático que debe realizar al ejecutar una operación matemática o resolver un problema. Los estudiantes cuando hacen un cálculo matemático de sumas de un dígito, como

se encuentra en los hallazgos, responden rápidamente porque ya comprenden su proceso y se ha quedado grabado en su memoria a partir de la experiencia.

Marino, et al. (2017) afirma que se puede dividir en una memoria a largo plazo cuando la información que esta almacenada permanece en un tiempo estable, mientras que la memoria a corto plazo puede tener un tiempo menor a 60 segundos.

Los estudiantes que han participado en el proceso anteriormente ya cuentan con el aprendizaje, ahora lo ponen en práctica dentro de un aspecto abstracto, donde pueden realizar diversos tipos de cálculos matemáticos según el contexto donde se encuentren, es por eso que en los diversos ejercicios matemáticos planteados en las clases sincrónicas el estudiante utiliza diversas estrategias y la docente para conocer el recurso que usa el estudiante hace una serie de preguntas.

Castro (2021, citado en Castro, 2021) afirma que el cálculo es muy importante dentro de las matemáticas por el uso que habitualmente hace la persona, y que se puede hacer de forma escrita usando algoritmos o pensando (de cabeza) donde se sigue a través de una estrategia que le permita hallar el resultado de la operación.

Finalmente, Del Río (2021, citado por Castro, 2021) define que el razonamiento es el hecho de pensar, ordenando ideas y conceptos para llegar a una conclusión o resolver un problema (p,77). Se puede considerar que en algunos hallazgos hay un razonamiento intuitivo porque no se tiene toda la información necesaria para tomar alguna decisión, y ahí el estudiante se basa solo en la apariencia a partir de su observación y análisis.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de analizar y reflexionar sobre los resultados de los hallazgos de la investigación, se puede concluir:

6.1 Conclusiones

1. Las habilidades matemáticas que desarrolla el Método Singapur en los estudiantes les ha permitido confrontar sus aprendizajes dentro de un contexto adverso donde no cuentan con equipos óptimos, aplicando lo aprendido anteriormente en sus clases sincrónicas, utilizando el lenguaje matemático como medio para explicar el proceso mental que realiza para resolver una operación matemática o una situación problemática.
2. Se demuestra que los estudiantes desarrollan y aplican habilidades matemáticas que involucra a uno de los componentes del Método Singapur, en la cual se logra evidenciar el uso del cálculo numérico, manejo algebraico, visualización espacial, análisis de datos, uso de herramientas matemáticas en las clases sincrónicas dentro del estado de emergencia sanitaria.
3. Dentro de los hallazgos se percibe que las habilidades matemáticas se relacionan entre sí, algunas de ellas frente a una situación problemática, donde dichas habilidades se evidencian dentro del diálogo entre la docente y el estudiante a través de preguntas reiterativas que se realiza para que el escolar pueda pensar, siendo la observación la técnica que utilizan ellos para resolver el problema acompañado de un vocabulario matemático.
- 4.- El enfoque CPA dentro de las clases sincrónicas se puede evidenciar en algunas sesiones que utilizan herramientas digitales para representar sus

operaciones, siendo lo abstracto un nivel complejo que se encuentra de forma transversal inmerso dentro de los diversos temas planteados como muestran los hallazgos.

5.- Las ventajas que tiene el Método Singapur al aplicarlo en la modalidad virtual, es que han desarrollado el lenguaje matemático enriqueciendo su vocabulario para expresar y fundamentar el proceso mental que está realizando el estudiante para resolver un ejercicio, así como la observación de imágenes para comprender conceptos, y la desventaja es que, al no contar con equipos óptimos, no se podía visualizar el uso correcto del material concreto.

6.2 Recomendaciones

Después de una reflexión sobre los efectos de los hallazgos de la presente investigación podemos sugerir que las primeras cuatro recomendaciones son para la entidad educativa que aplique el Método Singapur, y son los siguientes:

1. Los hallazgos evidencian que el Método Singapur de forma regular logra desarrollar las habilidades matemáticas, pero como los estudiantes se encontraron en un estado de emergencia sanitaria y han recibido clases sincrónicas, no se ha tenido ese mismo nivel de desarrollo, es por ello que dentro de la presencialidad se debe continuar promoviendo el uso del Método con la metodología del CPA.
2. Realizar una evaluación cuantitativa para medir la competencia matemática que han adquirido los estudiantes durante el tiempo de la emergencia sanitaria.

3. Elaborar un registro de las habilidades matemáticas que utilizan con mayor frecuencia los estudiantes para resolver sus operaciones o problemas matemáticos y promover aquellas habilidades que por diversos motivos aún no se pueden visualizar.
4. Una guía de observación de las habilidades matemáticas no permite registrar todo lo que abarca el Método Singapur, en cambio, se debe promover el desarrollo de este componente que se encuentra de forma constante en la metodología a través de las heurísticas.
5. Informar a los padres de familia acerca del Método Singapur a través de talleres de aplicación de la metodología, para que puedan reforzar el curso de matemática a sus hijos en el hogar.



REFERENCIAS

- Aguila, E. (2014). *Habilidades y estrategias para el desarrollo del pensamiento crítico y creativo en el alumnado de la Universidad de Sonora*. [Tesis doctoral, Universidad de Extremadura]. Repositorio institucional de la Universidad de Extremadura. <http://dehesa.unex.es/handle/10662/1774>
- Albertos,D. (2021). *Guía para implementar el pensamiento crítico en el aula -El baile de los estorninos*. Ediciones Pirámide
- Angulo ,M. (2020). *Método Singapur para el logro de competencia resuelve problemas de cantidad en los estudiantes de 2° grado de educación primaria en la Institución Educativa Virgen del Carmen Comas-Perú*. [Tesis de maestría,Universidad Privada Telesup]. Repositorio institucional de la Universidad Privada Telesup. <https://repositorio.utelesup.edu.pe/handle/UTELESUP/1092>
- Arrollo,I. (2017) *Desarrollo de habilidades matemáticas básicas en niños de preescolar mediante actividades lúdicas*. [Tesis de maestría,Tecnologico de Monterrey]. Repositorio institucional del Tecnológico de Monterrey. <https://repositorio.tec.mx/handle/11285/632957>
- Baez,J. y Onrubia,J. (2016). Una revisión de tres modelos para enseñar las habilidades de pensamiento en el marco escolar. *Perspectiva educacional, formación de profesores*, 55(1), 94-113. . <http://www.perspectivaeducacional.cl/index.php/peducacional/article/view/347>
- Ballestín,B. y Fábregues, S. (2018). *La práctica de la investigación cualitativa en ciencias sociales y de la educación*. Editorial UOC. https://www.researchgate.net/publication/332212935_La_practica_de_la_investigacion_cualitativa_en_ciencias_sociales_y_de_la_educacion
- Barrera,F.,Reyes,A. y Mendoza,J. (2018). Estrategias de cálculo mental para sumas y restas desarrolladas por estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 30(3), 122-150. https://scholar.google.es/citations?view_op=view_citation&hl=es&user=Hy-PDE4AAAAJ&citation_for_view=Hy-PDE4AAAAJ:kRWSkSYxWN8C
- Bastias,A.,Olea,D. y Trincado,N. (2015). *Efectividad del Método Singapur en el desempeño de los estudiantes de cuarto año básico en la asignatura de educación matemática*. [Tesis de licenciatura,Universidad Andrés Bello]. Repositorio institucional de la Universidad Andrés Bello. <http://repositorio.unab.cl/xmlui/handle/ria/6390>
- Bin,L. (2017). *Diagnóstico y tratamiento de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Akadia.
- Calderón, P. (2014). *Percepciones de los docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del Método Singapur en el Colegio Mario Bertero*

- Cevasco de la Comuna de Isla de Maipo. [Tesis maestría, Universidad de Chile]. Repositorio institucional de la Universidad de Chile. <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/130579>
- Castañeda, F. (2022). *El valor posicional: una secuencia didáctica para segundo ciclo de una escuela de primaria de multigrado*. [Tesis maestría, DGBSDI-UAQ]. Universidad Autónoma de Querétaro. <http://ri-ng.uaq.mx/xmlui/handle/123456789/3700>
- Castro, E. y Castro, E. (2021). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Ediciones Pirámide.
- Cortez, R. (2017). Un minuto para matemáticas. Una experiencia de diversión, aprendizaje y divulgación al explorar patrones numéricos. *Educación Matemática*. 29 (3), 225-243.. <http://dx.doi.org/10.24844/em2903.08>
- Chan, E. (2021, octubre 19). *Marco curricular de matemáticas de Singapur* [Conferencia presentación]. II Congreso Internacional del Método Singapur, Khalamos, Lima, Perú.
- Defaz, G. (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. *Journal of science and research: Revista ciencia e investigación*, 2(5), 14-17. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6118744>
- Delgado, M., Mayta, E. y Alfaro, M. (2018). *Efectividad del “Método Singapur” en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del tercer grado de primaria de una institución educativa privada del distrito de Villa el Salvador*. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica del Perú. <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/13286>
- Dominguez, L. y Espinosa, B. (2019). *Potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una mirada heurística*. [Tesis de maestría, Universidad de la Costa]. Repositorio institucional de la Universidad de la Costa. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/4929>
- Falconi, X. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del conocimiento*, 56(6) 3, 2261-2278. <https://www.polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/2505>
- Fiuza, M. y Fernández, M. (2021). *Dificultades del aprendizaje y trastornos del desarrollo*. Manual didáctico. Editorial Pirámide.
- Garrido, R. (2015). *La Competencia Matemática en los países de mejor rendimiento en PISA. Estudio comparado y prospectiva en España*. [Tesis doctoral, Universidad Autónoma]. Repositorio institucional de la Universidad Autónoma de Madrid. <https://repositorio.uam.es/handle/10486/669586>

- Gómez, R. (2019). *El Método Singapur en la resolución de problemas de tipo cambio en estudiantes de la Institución Educativa N°36011Huancavelica*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Huancavelica]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional de Huancavelica. <http://repositorio.unh.edu.pe/handle/UNH/2846>
- GreatSchools. (15 de noviembre de 2022). *Ingeniosas maneras de enseñarle patrones a tu niño de kínder*. <https://www.greatschools.org>
- Guevara, N. (2021, octubre 19). *Competencias matemáticas* [Conferencia presentación]. II Congreso Internacional del Método Singapur, Khalamos, Lima, Perú
- Hernández, C., Méndez, J. y Jaimes, L. (2021). Memoria de trabajo y habilidades matemáticas en estudiantes de educación básica. *Revista Científica*, 40(1), 63-73. <https://doi.org/10.14483/23448350.15400>
- Hernández, R., Fernández, C y Baptista, M. (2018) *Metodología de la investigación*. Mc Graw-Hill Interamericana Editores, S.A de C.V
- Herrera, M., Guzmán, J. I., & Rodríguez, C. (2020, 29 -31 de julio). *Desarrollando habilidades de visualización espacial a través de la realidad aumentada en el aprendizaje del cálculo en varias variables*. [Conferencia]. 18th LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education, and Technology, Buenos Aires, Argentina. http://laccei.org/LACCEI2020-VirtualEdition/work_in_progress/WP79.pdf
- Iturra-Osorio D., Espinoza Pastén L., Vásquez F. y Ygual Fernández A. (2021). Habilidades matemáticas tempranas en niños chilenos con Trastorno del Desarrollo del Lenguaje: Un estudio comparativo. *Revista de Investigación en Logopedia*, 11(Especial), 89-100. <https://revistas.ucm.es/index.php/RLOG/article/view/69580>
- Justo de la Rosa, M. (2015). *Juegos y actividades para el desarrollo de habilidades básicas del pensamiento 0 a 6 años*. Editorial Brujas.
- Mamani, E. (2018). *Eficacia del método Singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la Institución Educativa Bellavista del distrito de Juliaca*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional de San Agustín]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional de San Agustín. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8812>
- Marino, J., Jaldo, R., Cruz, J. y Palma. (2017). *Neurociencia de las capacidades y los procesos cognitivos*. Editorial Brujas.
- Meneses, Y. y Ardila, L. (2018). *El Método Singapur como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas aditivos, en estudiantes en segundo y tercer grado de básica primaria de la Institución Educativa Colegio Luis Carlos Galán Sarmiento Cúcuta*.

- [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio institucional de la Universidad Autónoma de Bucaramanga. <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2588>
- Ministerio de Educación del Perú (2015). *La competencia matemática en el marco de PISA 2015, orientaciones didácticas*. <https://www.slideshare.net/edken/competencia-matematica-2015pisaed>
- Ministerio de Educación del Perú (2016). *Currículo Nacional de la educación básica*. [PDF] <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú (2016). *Programa curricular de educación básica regular*. [PDF] <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-primaria.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú (2020). *Resolución viceministerial N°093*. <https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/535987-093-2020-minedu>
- Ministerio de Educación del Perú (2013). *Rutas de aprendizaje (fascículo 2) Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*.
- Moreno, L. y Ortega, N. (2018). *Estrategia. Concreta, pictórica y abstracta para desarrollar competencias matemáticas en grado tercero de la institución la Rinconada Guamal Magdalena*. [Tesis de Maestría, Universidad de la Costa]. Repositorio institucional de la Universidad de la Costa. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/192>
- Palomino, J., Peña, J., Zevallos, G. y Orizano, L. (2017). *Metodología de la investigación. Guía para elaborar un proyecto en salud y educación*. Editorial San Marcos.
- Pérez, A. (2015). *Trastornos del desarrollo y dificultades del aprendizaje. (apuntes, 3 de setiembre)*. Universidad de Alicante. <https://rua.ua.es/dspace/handle/10045/49085>
- Ruiz, Y. (2010). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista digital para profesionales de la enseñanza* (8),1-10. <https://www.feandalucia.ccoo.es/indcontei.aspx?d=5041&s=5&ind=230>
- SICRECE (2015). Sistema de consulta de resultados de evaluaciones. https://sistemas15.minedu.gob.pe:8888/evaluacion_censal_publico
- Soto, G. (2015). *Aplicación del Método Singapur para desarrollar y potenciar el aprendizaje de las matemáticas en niños(as) de segundo grado de primaria*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Hermilio Valdizán]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán. <http://repositorio.unheval.edu.pe/handle/UNHEVAL/2072>

- Tapia, R. y Murillo, J. (2020). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Muro de la Investigación*, 5(2), 13 -24.
<https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/r-Muro-investigaion/article/view/1322>
- Ugarte, M. (2018.) *Implementación del Método Singapur para mejorar el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de la Institución Educativa Almirante Miguel Grau de Espinar-Cusco*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional San Agustín]. Repositorio institucional de la Universidad Nacional San Agustín.
<http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/8454>
- Unidad de medición de la calidad de los aprendizajes* (2016).
<http://umc.minedu.gob.pe/resultadosece2016/>
- Williner, B. (2014) Habilidades matemáticas referidas al concepto de Derivada y uso de tecnología. *Números, Revista de Didáctica de las matemáticas*, (87),101-124.
http://www.sinewton.org/numeros/index.php?option=com_content&view=article&id=732:volumen-87-noviembre-2014&catid=35:sumarios-webs
- Zapatera, A. (2020). El Método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD De Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(2), 263–274.
<https://revista.infad.eu/index.php/IJODAEP/article/view/1980>



APÉNDICE

- A: DECLARACIÓN JURADA DE DOCUMENTOS DE TESIS
- B: FORMATO DE CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS
- C: FORMATO DE CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS
- D: FORMATO DE CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO
- E: GUIA DE OBSERVACIÓN DE HABILIDADES MATEMATICAS
- F: FORMATO DE ENCUESTA DE VALIDACIÓN DE EXPERTOS
- G: MATRIZ DE CONSISTENCIA



APÉNDICE A

DECLARACIÓN JURADA DE DOCUMENTOS DE LA TESIS



DECLARACION JURADA DE DOCUMENTOS DE TESIS

Yo, Anny Marlene Ramos Márquez. Identificado(a) con DNI N° 06767360.

En calidad de autora de la tesis titulada "Efectos del Método Singapur en la enseñanza de las habilidades matemáticas en segundo de primaria" para optar el grado de Maestría en Educación con la mención en Problemas de Aprendizaje.

Declaro y doy fe; que, durante el desarrollo de la investigación de tesis, se ha cumplido con los permisos y procesos requeridos.

Yo, Mónica Camargo Cuellar, identificado(a) con DNI N° 09905449. Con Código ORCID N° org /0000-1388-543X

En calidad de Asesora de la tesis titulada "Efectos del Método Singapur en la enseñanza de las habilidades matemáticas en segundo de primaria"

Declaro y doy fe que; durante el desarrollo de la investigación de tesis se ha cumplido con los permisos y procesos requeridos:

- a. Permiso del autor o autores de los instrumentos utilizados: Guía de observación de habilidades matemáticas de auditoria propia.
- b. Haber cumplido con el proceso de validación de instrumento (os) con mínimo cinco (5) especialistas para el juicio de expertos.
 - Experto N° 1: Magister en Enseñanza de la Matemática.
 - Experto N° 2: Magister en Didáctica de la Matemática.
 - Experto N° 3: Doctor en Formación en la Sociedad del Conocimiento.
 - Experto N° 4 Magister en Gestión Pública.
 - Experto N° 5: Magister en Psicología Educativa
- c. Se cumplió con el permiso escrito oficial de la autoridad de la institución donde se aplicó los instrumentos.
- d. Se cumplió con los permisos escritos o digitales oficiales del consentimiento informado de las personas a las cuales se aplicó el/ los instrumentos.

Todo ello establecido por las normas internas para la obtención de los grados académicos de maestría y doctorado de la Escuela de Posgrado - UNIFÉ y por la Guía Básica para el informe final de tesis - Vicerrectorado de investigación UNIFÉ.

En fe de lo expuesto firmamos la presente Tesista y Asesora.

Lima, 14, de noviembre de 2022



Anny Marlene Ramos Márquez



Mg. Mónica Camargo Cuellar

Nota: Adjuntar el presente documento en Apéndices de la tesis en PDF.

APÉNDICE B

CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS

Sra. Mg.

████████████████████

Docente de la Universidad Católica del Perú

Presente. -

De mi consideración:

Me es grato dirigirme a usted a fin de saludarla cordialmente y presentarme como estudiante del Programa de Maestría en Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Femenina del Sagrado Corazón -UNIFÉ, y a su vez informarle que me encuentro desarrollando mi tesis titulada "Efecto del Método Singapur en la enseñanza de habilidades matemáticas en segundo de primaria", para lo cual estoy realizando una guía de observación la cual se pretende aplicar a los niños de segundo grado de primaria de la institución educativa en la que se desarrollará la investigación. En tal sentido, siendo necesario obtener evidencias de la validez del contenido de los ítems de los instrumentos, agradeceré su colaboración como experto en este proceso de validación, para lo cual adjunto a la presente las definiciones correspondientes, así como los ítems para cada dimensión evaluada, de tal manera que usted pueda señalar si éstos son representativos del área y si gozan de claridad en su redacción. En caso de considerar que dichos ítems deban ser mejorados sírvase brindar sus comentarios en la columna de observaciones. Agradeciendo de antemano su gentil colaboración, hago propicia la oportunidad para expresarle los sentimientos de mi estima personal.

Atentamente,

Anny Marlene Ramos Márquez

DNI N° 06767360

APÉNDICE C

CARTA SOLICITANDO JUICIO DE EXPERTOS

Sr. Dr.

[REDACTED]

Docente de la Universidad Nacional de San Agustín

Presente. -

De mi consideración:

Me es grato dirigirme a usted a fin de saludarla cordialmente y presentarme como estudiante del Programa de Maestría en Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Femenina del Sagrado Corazón -UNIFÉ, y a su vez informarle que me encuentro desarrollando mi tesis titulada "Efecto del Método Singapur en la enseñanza de habilidades matemáticas en segundo de primaria", para lo cual estoy realizando una guía de observación la cual se pretende aplicar a los niños de segundo grado de primaria de la institución educativa en la que se desarrollará la investigación. En tal sentido, siendo necesario obtener evidencias de la validez del contenido de los ítems de los instrumentos, agradeceré su colaboración como experto en este proceso de validación, para lo cual adjunto a la presente las definiciones correspondientes, así como los ítems para cada dimensión evaluada, de tal manera que usted pueda señalar si éstos son representativos del área y si gozan de claridad en su redacción. En caso de considerar que dichos ítems deban ser mejorados sírvase brindar sus comentarios en la columna de observaciones. Agradeciendo de antemano su gentil colaboración, hago propicia la oportunidad para expresarle los sentimientos de mi estima personal.

Atentamente,

Anny Marlene Ramos Márquez

DNI N° 06767360

APÉNDICE D

CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

[REDACTED]

Lima, 09 de diciembre de 2020

Srta.
Anny Ramos Márquez
Presente. -

De mi consideración.

Reciba un cordial saludo, espero se encuentre bien de salud, siempre bajo el manto de nuestra Madre María Auxiliadora.

Nuestra Institución Educativa [REDACTED], ubicada en el distrito de Magdalena del Mar, siempre tiene la apertura de apoyar a las investigaciones educativas que se promuevan en bien de nuestros estudiantes y en la mejora de nuestra propuesta pedagógica.

Tengo conocimiento que UD. como egresada del Programa de Maestría en Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Femenina del Sagrado Corazón –UNIFE, se encuentra desarrollando la tesis titulada "Efecto del Método Singapur en la enseñanza de habilidades matemáticas en segundo de primaria" y que tiene como objetivo: Establecer las evidencias de las habilidades matemáticas de los estudiantes de segundo de primaria en la aplicación del "Método Singapur" en las clases no presenciales. Por lo cual he sido informado del procedimiento de estudio y del tipo de participación de nuestros estudiantes en dicha investigación.

Ante lo expuesto se le autoriza realizar la observación de las clases virtuales, así como las grabaciones que cuenta nuestra plataforma Microsoft Teams y realizar una encuesta en forma virtual a los padres de familia sobre la percepción del Método Singapur. Asimismo, le hacemos entrega de una copia simple de la contratación de los servicios educativos que solo es para uso de esta investigación.

Atentamente

[REDACTED]

APÉNDICE E

GUIA DE OBSERVACIÓN DE HABILIDADES MATEMATICAS

Objetivo: Establecer la evidencia de las habilidades matemáticas en estudiantes en clases sincrónicas.

Observador : _____
 Curso : _____
 Fecha : _____

I.Habilidades matemáticas

Habilidades	Items	Siempre	A veces	Casi nunca	No aplica
Cálculo numérico	1.1 Utiliza descomposiciones para expresar un número.				
	1.2 Realiza ejercicios de cálculo usando números conectados.				
	1.3 Realiza familia de operaciones.				
	1.4 Realiza operaciones matemáticas.				
Manejo algebraico	2.1 Establece patrones de números o figuras.				
	2.2 Determina el patrón de una secuencia.				
Visualización espacial	3.1 Ordena figuras y explica el motivo.				
	3.2 Describe una figura bidimensional, expresando sus características y propiedades.				
	3.3 Describe figuras tridimensionales, expresando las características y propiedades.				
Análisis de datos	4.1 Organiza información para resolver problemas.				
	4.2 Explica ideas de reflexión ante un problema.				
Medición	5.1 Conoce la duración de una hora o media hora(tiempo)				
Uso de herramientas Matemáticas	6.1 Representa y construye usando instrumentos geométricos.				

	6.2 Reconoce y utiliza signos aritméticos para representar sumas y restas.				
Estimación	7.1 Emplea estrategias de descomposición de un número.				
	7.2 Compara cantidades de dinero.				
Método	Items	Siempre	A veces	Casi nunca	No aplica
Concreto	8.1 Utiliza material de manipulación para resolver una situación problemática.				
	8.2 Utiliza material de manipulación virtual para resolver una situación problemática.				
	8.3 Comprende conceptos a través de las herramientas tecnológicas.				
Pictórico	9.1 Representa gráficamente con dibujos, signos o símbolos una situación problemática.				
Abstracto	10.1 Responde automáticamente ante una pregunta matemática de adición, sustracción o multiplicación.				
	10.2 Verbaliza ideas de como poder resolver una situación problemática.				
	10.3 Argumenta sus posibles respuestas de una situación problemática.				
	10.4 Resuelve de forma operativa ejercicios matemáticos.				

APÉNDICE F

VALIDACIÓN – JUICIO DE EXPERTOS

Estimado [REDACTED], solicito a usted evaluar el instrumento del estudio titulado: “Efecto del Método Singapur en la enseñanza de habilidades matemáticas en segundo de primaria”. Su aporte será de gran relevancia por lo que agradecemos por anticipado su valiosa colaboración.

NOMBRES Y APELLIDOS DE EXPERTO EN EL TEMA: [REDACTED]

FORMACIÓN ACADÉMICA: Mg. En Educación con mención en enseñanza de la Matemática

ÁREAS DE EXPERIENCIA PROFESIONAL: Didáctica de la matemática

TIEMPO: _____ **CARGO ACTUAL:** profesora _____

INSTITUCIÓN: Pontificia Universidad Católica del Perú

La presente investigación tiene como propósito: Establecer las evidencias de las habilidades matemáticas de los estudiantes de segundo de primaria en la aplicación del “Método Singapur” en las clases no presenciales.

Nombre del / la tesista: Anny Marlene Ramos Márquez

Se ha diseñado el instrumento titulado “Guía de observación de habilidades matemáticas”, por lo cual se le solicita que realice la evaluación de acuerdo con los criterios presentados.

En la columna de observaciones agradeceremos a usted precise las mejoras que amerita el instrumento.

CATEGORÍA	CALIFICACIÓN	INDICADOR
<p>SUFICIENCIA Los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de esta.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel de cumplimiento. 3. Moderado nivel de cumplimiento. 4. Alto nivel de cumplimiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Los ítems no son suficientes para medir la dimensión. 2. Los ítems miden algún aspecto de la dimensión, pero no corresponde con la dimensión en su totalidad. 3. Se deben incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente. 4. Los ítems son suficientes.
<p>CLARIDAD El ítem se comprende fácilmente, es decir, su sintáctica y semántica son adecuadas.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel de cumplimiento. 3. Moderado nivel de cumplimiento. 4. Alto nivel de cumplimiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. El ítem no es claro 2. El ítem requiere bastantes modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de estas. 3. Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem. 4. El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
<p>COHERENCIA El ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel de cumplimiento. 3. Moderado nivel de cumplimiento. 4. Alto nivel de cumplimiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. El ítem no tiene relación lógica con la dimensión. 2. El ítem tiene una relación superficial con la dimensión. 3. El ítem tiene una relación moderada con la dimensión que está midiendo. 4. El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión que está midiendo.
<p>RELEVANCIA El ítem es esencial o importante, es decir debe ser incluido.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. No cumple con el criterio 2. Bajo nivel de cumplimiento. 3. Moderado nivel de cumplimiento. 4. Alto nivel de cumplimiento 	<ol style="list-style-type: none"> 1. El ítem puede ser eliminado son que se vea afectada la medición de la dimensión. 2. El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste. 3. El ítem es relativamente importante. 4. El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

APÉNDICE G

MATRIZ DE CONSISTENCIA

PROBLEMA	OBJETIVOS	CATEGORIAS (Def. conceptual)	SUBCATEGORIAS	NIVEL, TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	TÉCNICA E INSTRUMENTOS
¿Cuáles han sido las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de una educación virtual por la emergencia sanitaria?,	<p>Objetivo general: Determinar las habilidades matemáticas del Método Singapur que han sido aplicadas por los estudiantes del segundo grado de primaria en el marco de la educación virtual por la emergencia sanitaria.</p> <p>Objetivo específico:</p> <p>a. Identificar las habilidades matemáticas previas alcanzadas por los estudiantes durante el empleo del Método Singapur aplicadas en el área de matemática.</p> <p>b. Describir las habilidades matemáticas que se han fortalecido en los estudiantes de segundo grado de primaria a través del Método Singapur en las clases sincrónicas.</p> <p>c. Identificar las principales ventajas y desventajas de la aplicación del Método Singapur en las clases sincrónicas para el desarrollo de las habilidades matemáticas.</p>	<p>Método Singapur es una técnica que permite que el estudiante pueda lograr la conceptualización matemática a través de un proceso que involucra lo concreto, pictórico y lo abstracto para resolver una situación problemática.</p> <p>Habilidades matemáticas. eficacia numérica de forma natural o intuitiva le denomina como conciencia numérica, donde se entiende los principios y las relaciones de la matemática y la formalidad de la misma, donde se opera y ejecuta procedimientos con facilidad y flexibilidad para desarrollar estrategias en la resolución de situaciones problemáticas complejas asimismo puede hacer un automonitoreo. Pearson (2014 citado en Bin,2017)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Concreto • Pictórico • Abstracto <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo numérico • Manejo algebraico • Visualización espacial • Análisis de datos • Medición: • Uso de herramientas matemáticas: • Estimación 	<p>Nivel: Descriptivo</p> <p>Tipo: recoge algunos elementos de tipo Etnográfico y cualitativo</p>	<p>Técnica: Observación de audiovisuales</p> <p>Instrumento: Guía de observación</p> <p>Registro de hallazgos</p>